



A matematika alapképzési szak nappali munkarendű angol képzési nyelvű képzésének KÉPZÉSI PROGRAMJA

**Elfogadta a Szenátus SZ–X/24/2025/2026. (2026. VI. 29.)
számú határozatával**

Hatályos 2026. év szeptember hónap 1. napjától

**Érvényes a tanulmányaikat 2026/2027. tanév őszi félévétől
megkezdő hallgatókra**

1. A képzés alapvető adatai.....	5
1.1. A szak és a szakképzettség.....	5
1.2. A képzés profilja	5
1.3. Duális, kooperatív képzés	5
1.4. Képzési idő és kreditérték	5
1.5. A képzés munkarendje, képzésszervezés	6
1.6. A képzés nyelve	6
1.7. A képzés felelősei	6
1.8. A felvétel feltételei.....	6
2. A képzés tartalma, sajátosságai és követelményei	6
2.1. A képzés célja, minőségbiztosítási rendszere.....	6
2.2. Általános kompetenciák	8
2.3. Szakmai kompetenciák.....	9
2.3.1. Képzési és kimeneti követelmények.....	9
2.3.2. A képzés sajátos kompetenciái	11
4. Alapszinten ismeri a matematika műveléséhez szükséges idegen nyelvű fogalmakat.....	12
4. Képes különbséget tenni helyes és helytelen bizonyítás között, rámutatni érvelések elégtelenségére.	12
6. Képes hatékonyan használni a matematikához kapcsolódó számítógépes szoftvereket, programozási nyelveket és egyéb, a matematika alkalmazásához kapcsolódó informatikai eszközöket.	12
4. Saját munkájának eredményét reálisan értékeli.	12
2.4. A képzés alapvető szerkezeti elemei	13
2.4.1. A szakmai gyakorlat.....	13
2.4.2. Szakdolgozat, diplomamunka.....	13
2.4.3. Szabadon választható tantárgyak	13
2.4.4. Ismeretkörök	13
2.4.5. Specializációk.....	16
2.5. Értékelési és ellenőrzési módszerek	16
2.5.1. Tanulmányi teljesítményértékelési módszerek.....	17
2.5.2. Szaknyelvi kompetenciák.....	20

2.5.3. Szakmai gyakorlat	20
2.5.4. Kritériumkövetelmények	20
2.5.5. Szakdolgozat-készítés	21
2.5.6. Záróvizsga	26
ALGEBRA.....	29
1. Számelmélet	29
2. Lineáris egyenletrendszerek és mátrixaik	29
3. Lineáris transzformációk, mátrixok.....	29
4. Csoportelmélet.....	29
5. Polinomgyűrűk és testek.....	29
ANALÍZIS	30
1. Differenciálás	30
GEOMETRIA	32
1. Konvex poliéderek	32
DISZKRÉT MATEMATIKA ÉS ALGORITMUSOK.....	32
1. Adatrendeziési módszerek. A keresés alapvető módszerei, adatszerkezetek.....	33
Kiválasztásos, beszúrásos, gyors, összefésülő rendezések, alsó becslés rendezésnél az összehasonlítások számára, ládarendezés, radix rendezés. Bináris fa bejárások, bináris keresőfák, {piros-fekete-fák, 2-3-fák. Vödrös hashelés, nyitott címzésű hashelés.}.....	33
2. Gráfalgoritmusok	33
Szélességi és mélységi bejárás (BFS és DFS), DAG. Dijkstra, Ford és Floyd algoritmusai. Minimális költségű feszítőfák fogalma, mohó algoritmus, Kruskal tétele. Páros gráfok fogalma, párosítás páros gráfban, Hall és Frobenius tétel, alternálóutas algoritmus. Hálózati folyamatok, Ford-Fulkerson-tétel, javítóutas algoritmus.....	33
3. Gráfok színezései, síkgráfok	33
Gráfok színezése, kromatikus szám, klikkszám, alsó és felső korlátok a kromatikus számra. Élgráfok, élkromatikus szám, Vizing tétel, Kőnig tétel. Síkgráfok, Euler-formula, négyszíntétel, topologikus izomorfia, Kuratowski tétel, Fáry-Wagner-tétel. Feltételek Hamilton-körök létezésére.....	33
4. Az NP fogalma, nevezetes NP-beli feladatok. NP-teljesség.....	33
Az NP nyelv osztály, Karp-redukció, NP-teljesség, Cook-Levin-tétel, nevezetes NP-teljes nyelvek: 3SAT, HAM, 3SZÍN, MAXKLIKK, MAXFTL, RH, PARTÍCIÓ.	33
VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS.....	33

1. Valószínűesszámitás alapjai	33
Valószínűégi mező, valószínűség axiómái, szita formula. Feltételes valószínűség, Bayes tétel, függetlenség. Diszkrét és folytonos valószínűégi változók, eloszlásfüggvény, súlyfüggvény, sűrűségfüggvény, várható érték, szórás. Nevezetes eloszlások: binomiális, geometriai, Poisson, egyenletes, exponenciális, normális. De Moivre -Laplace tétel.....	
2. Együttes eloszlások, nagy számok törvénye és centrális határeloszlástétel	34
Együttes eloszlások, peremeloszlások és feltételes eloszlások. Feltételes várható érték. Függetlenség, kovariancia és korreláció. Többdimenziós normális eloszlás. Független valószínűégi változók összegei, konvolúció. Markov és Csebisev egyenlőtlenség, Nagy Számok Gyenge Törvénye. Centrális Határeloszlástétel és alkalmazásai.....	
2.6. Munkaerőpiaci kapcsolódások.....	47
2.7. Specializálódás a képzés során.....	48
2.8. A mesterképzési szak sajátosságai.....	48
3. Kompetenciamérések.....	49
3.1. Bemeneti kompetenciamérés	50
3.2. Közbenső kompetenciamérés(ek)	50
3.3. Kimeneti kompetenciamérés	51
4. Mobilitási ablak	52
4.1. A mobilitási ablak féléve vagy félélévei	52
4.2. A mobilitási ablakban teljesített tantárgyak elismerése.....	52
4.3. A mobilitási ablakra vonatkozó különös rendelkezések	53
4.4. A mobilitási ablakban végzett szakmai gyakorlat különös szabályai	54
4.5. A mobilitási ablakban történő záródolgozat-készítés különös szabályai	54
5. Mikrotanúsítványokkal összefüggő rendelkezések, modulok.....	55
6. A képzés mintatanterve.....	55
6.1. A képzés mintatanterve.....	55
6.2. Tantárgyi megfeleltetés a korábbi mintatantervvel.....	55
6.2.1. A(z) {mintatanterv azonosító vagy név} mintatanterv tantárgyainak megfeleltetése.....	55

1. A képzés alapvető adatai

1.1. A szak és a szakképzettség

A szak megnevezése

magyarul: matematika

angolul: Mathematics

A szakképzettség megnevezése

magyarul: matematikus

angolul: Mathematician

Végzettségi szint

magyarul: alapfokozat

angolul: bachelor of science (BSc)

1.2. A képzés profilja

Képzési szint: alapképzés

A képzés

Európai Képesítési Keretrendszer (EKKR) szerinti besorolása: 6

Magyar Képesítési Keretrendszer (MKKR) szerinti besorolása: 6

ISCED 2011 szerinti besorolása: 6

ISCED-F 2013 szerinti besorolása: 0540

képzési terület szerinti besorolása: természettudomány képzési terület

orientációja: elméletorientált (60-70 százalék)

FIRgráf¹ elérhetősége: <https://firgraf.oh.gov.hu/felsooktatasi-kepzesek/kepzes/BSZKMAT/>

1.3. Duális, kooperatív képzés

Ezen képzés esetében nem releváns, illetve nem alkalmazható.

1.4. Képzési idő és kreditérték

Képzési idő: 6 félév

Megszerzendő kreditek száma: 180 kredit

¹ Az Oktatási Hivatal központi képzésnyilvántartási felületén (<https://firgraf.oh.gov.hu/felsooktatasi-kepzesek/>) az adott képzés adatlapja (pl. vegyészmérnöki alapképzés esetén <https://firgraf.oh.gov.hu/felsooktatasi-kepzesek/kepzes/BSZKVEM/>)

1.5. A képzés munkarendje, képzésszervezés

A képzés munkarendje: nappali

A képzés megszervezésének részletes leírása: a képzés féléves bontásban, jellemzően tizennégy hetes szorgalmi időszakra, egy hét hosszúságú pótlási időszakra és húsz munkanap időtartamú vizsgaidőszakra felosztva kerül megszervezésre, a tanulmányi cselekményekre munkanapokon kerül sor, főszabály szerint jelenléti oktatási formában és csak kivételes esetekben, elenyésző mértékben távolléti formában.

1.6. A képzés nyelve

A képzés nyelve: angol

A magyar nyelven folyó képzés sajátosságai: nem releváns, nem alkalmazható.

A nem magyar nyelven folyó képzés sajátosságai: a képzés teljes egészében angol nyelven folyik.

1.7. A képzés felelősei

A képzésért felelős kar: Természettudományi Kar

Szakfelelős: Dr. Pitrik József

1.8. A felvétel feltételei

Jogszabályban, Felvételi szabályzatban és a felsőoktatási felvételi tájékoztatóban meghatározott feltételek a következők szerint:

Alapképzésre történő felvétel feltétele az érettségi vizsga sikeres teljesítését igazoló bizonyítvány, felsőoktatási szakképzésben szerzett oklevél vagy felsőfokú végzettséget igazoló oklevél vagy ezekkel egyenértékű külföldön szerzett oklevéllel rendelkezik, továbbá megfelel a jogszabályban és a BME Felvételi Szabályzatában foglalt rendelkezéseknek. A Kar alkalmassági és felvételi vizsgát nem tart.

A szak egészének képzési és kimeneti követelményeit meghatározó miniszteri közlemény elérhetősége: <https://kormany.hu/application/documents/faabddf2-d8b2-4247-857d-7779c206819f/download>

2. A képzés tartalma, sajátosságai és követelményei

2.1. A képzés célja, minőségbiztosítási rendszere

A képzés célja matematikusok képzése, akik olyan elméleti és alkalmazott matematikai ismeretekkel rendelkeznek, melyek képessé teszik őket arra, hogy alapszintű

matematikai ismereteiket műszaki, gazdasági, statisztikai és számítógépes területen alkalmazzák. Felkészültek tanulmányaik mesterképzésben történő folytatására. A képzés célja továbbá a matematika alapvető fogalmainak, összefüggéseinek, belső működésének a megismerése, a matematika szinte minden területen alkalmazott nyelvének megtanulása és olyan problémamegoldó képességek elsajátítása, amelyek a munkaerőpiacon kiemelten értékesek és keresettek.

A szakot elvégzők analitikus gondolkodásmódjuk, logikus következtetések, a folyamatokat átlátó és kreatív problémamegoldó képességeik révén megtanulják a matematikában és számos más (természet- és társadalomtudományi, műszaki, gazdasági, pénzügyi, informatikai) területen felmerülő problémák matematikai nyelven történő megfogalmazását, megértését.

Képessé válnak különböző cégeknél tervezési, szervezési, elemzési és döntés-előkészítési feladatok önálló, tudományos igényű megoldására, néhány fős csoportok szakmai munkájában való részvételre, valamint projektekben való hatékony közreműködésre.

A szak megfelelő alapot ad különböző mesterszakok elvégzéséhez, tudományos kutatásokba való bekapcsolódáshoz, és biztos tanulásmódszertani tapasztalatokat nyújt az élethosszig tartó tanuláshoz.

A BME Matematika BSc képzése mély matematikai tudással és kreatív problémamegoldó készséggel vérteti fel a hallgatóit. Egy matematikus mindig könnyebben képes absztrakt fogalmak megértésére, így a matematikusi végzettség az élet bármely területén jól használható, ahol elvont struktúrák modellezésére, bonyolult problémák megoldására van szükség.

A képzés első négy félévében a matematikai készségek fejlesztése és általános matematikai ismeretek átadása történik. Ezt követően az ötödik és hatodik félévben kötelezően választható matematika tárgyak közül lehet választani a matematika számtalan területéről. Elméleti és alkalmazott matematikai tárgyak választására is lehetőség van. Ezáltal a hallgatók szert tehetnek magas szintű klasszikus matematikai műveltségre és/vagy bepillantást nyerhetnek népszerű és a munkaerőpiacon is nagyra értékelt témakörökbe (adttudomány, sztochasztika). A képzésben hangsúlyos szerepet kap az önálló- és csoportmunka és a tanultak alkalmazásainak bemutatása is. A Matematikai modellalkotás tárgy keretében a hallgatók megismerkednek számos érdekes alkalmazási területtel a gazdasági, pénzügyi, mérnöki, orvosi világból.

Az ESG-minőségbiztosítási standardoknak való megfelelés

A képzés célrendszere és szerkezete összhangban van az Európai Felsőoktatási Térség Minőségbiztosítási Standardjaival és Irányelveivel (ESG 2015), különösen az alábbi területeken:

1.1 – A minőségbiztosítási politika: A képzési célok illeszkednek az intézmény minőségbiztosítási politikájához, és hozzájárulnak a képzési kínálat folyamatos fejlesztéséhez, stratégiai prioritások mentén.

1.2 – Képzési programok tervezése és jóváhagyása: A képzést - a BME Természettudományi Kar Matematika Szakbizottságának szakmai felügyeletével - a releváns szakmai és társadalmi igényeket figyelembe vevő, egyeztetésen alapuló folyamatban tervezték, amelyben oktatók, munkaerőpiaci szereplők és hallgatói képviselők is részt vettek. A célok világosan megfogalmazott tanulási eredményeken keresztül kerültek meghatározásra.

1.3 – Hallgatóközpontú tanulás, oktatás és értékelés: A képzési célok támogatják az aktív tanulást és a hallgatók autonómiáját, a szakmai felelősségvállalást és a kompetencia-alapú fejlődést.

1.4 – Hallgatói előmenetel, elismerés és oklevélkiadás: A célrendszer és a tantervi struktúra biztosítja az átlátható előmeneteli szabályokat, a korábban megszerzett tudás elismerését, valamint a következetes és igazságos oklevélkiadást.

1.9 – Programok folyamatos nyomon követése és időszakos felülvizsgálata: A képzés céljait és a szakterületi orientációt rendszeres felülvizsgálatnak vetik alá a hallgatói visszajelzések, végzett hallgatók nyomon követése és munkaadói konzultációk alapján.

1.10 – Ciklikus külső minőségbiztosítás: A képzési célok meghatározása és időszakos felülvizsgálata beépül az intézményes akkreditációs és külső minőségbiztosítási eljárások rendszerébe.

2.2. Általános kompetenciák

Az Nftv. 11. § (2) bekezdés, 114/P. § (2) bekezdés b) pont és a KKK által meghatározott általános kompetenciák megszerzését biztosító tantárgyak:

Általános kompetencia	Tantárgyak [tantárgykód, tantárgynév]
digitális kompetenciák (digitális kompetenciák és szakmaspecifikus digitális készségek, a médiatudatosság, a biztonságos internethasználat, valamint digitális technológia hatékony alkalmazása tanulási célok elérését szolgáló digitális megoldások ismerete)	Informatika 1 BMETEAGBsMINF1-00 Informatika 2 BMETEAGBsMINF2-00 Informatika 3 BMETEAGBsMINF3-00 Algoritmuselemzés programozási feladatok- BMETE91AM57 Valószínűség-számítás programozási feladatok- BMETE91AM56
mesterséges intelligencia (MI alapú eszközök és eljárások, valamint ezek ismerete és alkalmazása a képzéshez kapcsolódóan)	Algoritmuselemzés BMEVISZAA08 Matematikai modellalkotás szeminárium BMETE95AM12
a tudásalapú gazdasághoz kapcsolódó pénzügyi- és vállalkozói ismeretek fejlesztése	Kötelezően választható közismereti tárgy 1 BMEGT% Kötelezően választható közismereti tárgy 2 BMEGT%
egészségfejlesztési ismeretek, testnevelés [Nftv. 11. § (2) A felsőoktatási intézménynek az alaptévékenységéhez igazodóan biztosítani kell testi és lelki egészségfejlesztést is beleértve a rendszeres testmozgás és sporttevékenység megszervezését (...)]	BMEGT% Testnevelés tantárgyak

Általános kompetencia	Tantárgyak [tantárgykód, tantárgynév]
fenntartható fejlődési alapismeretek (az SDG ² megvalósítását szolgáló ismeretek és képességek)	Kötelezően választható közismereti tárgy 1 BMEGT% Kötelezően választható közismereti tárgy 2 BMEGT%
környezet-, baleset-, munka- és fogyasztóvédelmi ismeretek	Informatika 1 BMETEAGBsMINF1-00 Informatika 2 BMETEAGBsMINF2-00 Informatika 3 BMETEAGBsMINF3-00 Kötelezően választható közismereti tárgy 1 BMEGT% Kötelezően választható közismereti tárgy 2 BMEGT%
korruptiómegelőzési alapismeretek	Kötelezően választható közismereti tárgy 1 BMEGT% Kötelezően választható közismereti tárgy 2 BMEGT%
az Ipar 4.0 alapú működés és technológiai tudás, a kibernetikai rendszerek, önszervező mechanizmusok, valamint a digitalizáció és automatizáció munkaerőpiacon strukturális változásokat indukáló következményeinek ismerete (csak a műszaki, az informatika képzési terület alap- és mesterképzési szakjain, a gazdaságtudományok képzési terület üzleti szakjain, és a természettudomány képzési terület szakjain)	Informatika 1 BMETEAGBsMINF1-00 Informatika 2 BMETEAGBsMINF2-00 Informatika 3 BMETEAGBsMINF3-00 Algoritmuselemzés programozási feladatok- BMETE91AM57 Valószínűség-számítás programozási feladatok- BMETE91AM56 Algoritmuselemzés BMEVISZAA08 Matematikai modellalkotás szeminárium BMETE95AM12

2.3. Szakmai kompetenciák

2.3.1. Képzési és kimeneti követelmények

A képzést elvégző hallgató kompetenciái (a KKK szerint):

Tudás

1. Ismeri a matematika alapvető módszereit az analízis, algebra, geometria, véges matematika, operációkutatás és valószínűség-számítás (statisztika) területén.
2. Ismeri az elméleti matematika alapvető összefüggéseit az analízis, algebra, geometria, véges matematika, operációkutatás és valószínűség-számítás (statisztika) területén.
3. Ismeri a matematika különböző részdiszciplínái közötti alapvető kapcsolatokat.
4. Tisztában van az absztrakt fogalmak definiálásának követelményeivel, az alkalmazott problémákban rejlő általános sémákat, fogalmakat felismeri.
5. Ismeri a matematikai bizonyítás követelményeit, alapvető módszereit.

² Lásd részletesen: <https://sdgs.un.org/goals>

6. Tisztában van a matematikai gondolkodás sajátos jellemzőivel.

Képesség

1. Képes logikus, igaz matematikai állítások megfogalmazására azok feltételeinek és fontosabb következményeinek pontos megadásával.
2. Képes a mennyiségi adatokból minőségi következtetéseket levonni.
3. Képes az analízis, algebra, geometria, véges matematika, operációkutatás és valószínűségszámítás (statisztika) területen megszerzett ismereteinek alkalmazására.
4. Képes az analízis, algebra, geometria, véges matematika, operációkutatás és valószínűségszámítás (statisztika) területén új összefüggések átlátására, feltárására.
5. Képes elvonatkoztatni a problémák konkrét formájától, képes azokat az elemzés és a megoldás érdekében absztrakt, általános formában is megfogalmazni.
6. Képes adatgyűjtés céljából kísérleteket tervezni, és az adódó eredményeket matematikai és informatikai eszközökkel elemezni.
7. Képes különböző matematikai modellek összehasonlító elemzésére.
8. Képes a matematikai elemzések eredményeit idegen nyelven és az informatika eszközeit felhasználva hatékonyan kommunikálni.
9. Képes a rutin szakmai problémákat felismerni, azok elméleti és gyakorlati megoldásához az elérhető könyvtári és elektronikus szakirodalmat feldolgozni, azt ott elérhető módszereket alkalmazni.

Attitűd

1. Igénye van matematikai tudásának gyarapítására, új matematikai ismeretek megszerzésére, kompetenciák elsajátítására, kifejlesztésére.
2. Törekszik a matematikai ismereteinek minél szélesebb körű alkalmazására.
3. A megszerzett matematikai ismeretei alkalmazásával törekszik a megfigyelhető jelenségek minél alaposabb megismerésére, törvényszerűségeinek leírására, megmagyarázására.
4. Matematikai ismeretei felhasználásával törekszik a természettudományos érvelésre.
5. Nyitott a más szakterületek sajátos problémáinak felismerésére, az ott dolgozó szakemberekkel való szakmai együttműködésre, a szakterület-specifikus problémák matematikai átfogalmazására.
6. Nyitott a matematikai továbbképzés irányában.

Autonómia és felelősség

1. A matematika részdiszciplínáiban elsajátított alapvető ismeretei felhasználásával képes önállóan matematikai kérdések megfogalmazására, azok elemzésére.
2. Felelősen értékeli a matematikai eredményeket, azok alkalmazhatóságát, alkalmazhatósági korlátait.

3. Tisztában van a matematikai tudományos kijelentések értékével, azok alkalmazhatóságával, korlátaival.
4. Képes a matematikai elemzések eredményeiből következő önálló döntések meghozatalára.
5. Tudatában van annak, hogy matematikai munkáját a legmagasabb etikai normák megtartásával, magas minőséggel kell végeznie.
6. A matematika területeihez tartozó elméleti, illetve gyakorlati kutatási feladatait megfelelő iránymutatás mellett önállóan végzi.

2.3.2. A képzés sajátos kompetenciái

A hat féléves matematika alapképzési szak keretében a hallgatók az elméleti és alkalmazott matematika területén olyan átfogó ismereteket, készségeket és kompetenciákat szereznek, amelyek alkalmassá teszik őket a hazai és nemzetközi felsőoktatási intézményekben meghirdetett mesterképzéseken való sikeres továbbtanulásra, valamint a technológia, a gazdaság, a statisztika és az informatika különböző szakterületein történő elhelyezkedésre. A Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem műszaki–gazdasági környezete elősegíti olyan szakemberek képzését, akik érdeklődnek a gyakorlati problémák iránt, és matematikai ismereteiket alkalmazásorientált módon, kreatívan képesek felhasználni.

A képzés során a hallgatók megismerkednek a matematika absztrakt területeivel, valamint képessé válnak a matematikai gondolkodás és módszertan más tudományterületek képviselőivel való hatékony kommunikációjára és együttműködésére. Az intézmény és az oktatási egységek kiterjedt szakmai kapcsolatrendszere révén a hallgatók betekintést nyernek a matematika különböző alkalmazási területeibe, továbbá a valós problémák matematikai modellezésének módszereibe.

A Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetemen matematikai alapképzésben oklevelet szerzett hallgatók jó munkaerőpiaci esélyekkel rendelkeznek, és elhelyezkedhetnek Magyarországon vagy külföldön egyaránt. A végzetteket többek között bankok, befektetési alapok, biztosítótársaságok, üzleti tanácsadással, adatbányászattal, optimalizálással foglalkozó szervezetek alkalmazzák, jellemzően elemzői vagy szakértői munkakörökben. Az alapképzés sikeres befejezését követően a hallgatók felvételt nyerhetnek Alkalmazott matematikus vagy Matematikus mesterszakra, valamint – a vonatkozó felvételi követelmények teljesítése esetén – más mesterképzésekre is.

A képzés sajátosságai közé tartozik a mentor rendszer működtetése, a rendszeres és nagyszámú házi feladat, a projektalapú feladatmegoldások, a hallgatók bekapcsolódásának lehetősége a magas szintű tudományos kutatásokba, valamint az átlagosnál nagyobb mértékű személyes szakmai támogatás, amelyet a képzésben részt vevő hallgatók viszonylag alacsony létszáma tesz lehetővé.

Az alábbiakban megadott program-specifikus kompetenciák a matematika alapképzésnek az Egyetemen történő megvalósítására jellemző sajátosságokat tükrözik. Ezek a kompetenciák túlmutatnak a képzési és kimeneti követelményekben (KKK) meghatározott alapkövetelményeken, és az intézményi profilhoz, a kutatásalapú és innovációorientált képzési környezethez, valamint a digitális gazdaság kihívásaihoz való alkalmazkodást szolgálják.

A kompetenciák célja, hogy a képzés végzettjei ne csupán megfeleljenek az általános végzettségi szintek követelményeinek, hanem olyan speciális tudással, készségekkel és hozzáállással is rendelkezzenek, amelyek révén kiemelkedő szereplőivé válhatnak tudományos és a technológiai fejlődésnek, az elméleti és az alkalmazott kutatásnak és a vállalati innovációnak.

Kompetenciaterület	Képzésspecifikus kompetencia
Tudás	1. Magas szintű ismeretekkel rendelkezik az elemi és lineáris algebra, az analízis, a kombinatorika és a valószínűségszámítás területén.
	2. Érti a matematika elméleti problémáit és ezek viszonyát gyakorlati problémákhoz.
	3. Informatikai ismeretekkel rendelkezik, tud programozni, használja a LaTeX tudományos szövegszerkesztőt és tudományos programcsomagokat.
	4. Alapszinten ismeri a matematika műveléséhez szükséges idegen nyelvű fogalmakat.
	5. Ismeri a matematika alapvető gyakorlati alkalmazási lehetőségeit.
Képesség	1. Képes konkrét problémákhoz matematikai modelleket készíteni és mások modelljeit kritikusan szemlélni.
	2. Tájékozódik a szakirodalomban és megtalálja a szükséges forrásokat.
	3. Képes multidiszciplináris ismeretek (pl. gazdaság, biológia, mérnöktudományok) integrálására matematikai környezetben.
	4. Képes különbséget tenni helyes és helytelen bizonyítás között, rámutatni érvelések elégtelenségére.
	5. Önállóan és csapatban is képes kutatni, eredményeit tudományos formában publikálja (pl. cikk, poszter).
	6. Képes hatékonyan használni a matematikához kapcsolódó számítógépes szoftvereket, programozási nyelveket és egyéb, a matematika alkalmazásához kapcsolódó informatikai eszközöket.
Attitűd	1. Nyitott az új elméletek megismerésére és kezdeményező azok alkalmazásában.
	2. Elkötelezett a tudományos és szakmai integritás, valamint a nyílt tudomány és felelős innováció mellett.
	3. Modellalkotása és kommunikációja során fontos számára, hogy közérthető maradjon.
	4. Jellemző rá a tudomány népszerűsítése és a matematikai érzékenység felébresztése.
Önállóság és felelősség	1. Munkájáért, annak minőségéért felelősséget vállal.
	2. Tudását és tapasztalatait megosztja másokkal, mentorál vagy együttműködik interdiszciplináris csapatokban.
	3. Képes megalapozott döntéseket hozni.
	4. Saját munkájának eredményét reálisan értékeli.

2.4. A képzés alapvető szerkezeti elemei

2.4.1. A szakmai gyakorlat

Ezen képzés esetében nem releváns, illetve nem alkalmazható.

2.4.2. Szakdolgozat, diplomamunka

A szakon készítendő szakdolgozat kreditértéke: 10

2.4.3. Szabadon választható tantárgyak

A szabadon választható tantárgyakhoz rendelt kreditérték: 9

2.4.4. Ismeretkörök

A KKK-ban meghatározott ismeretkörök és az egyes tantárgyak ismeretkörökbe sorolása, az ismeretkör felelőse:

Ismeretkör elnevezése; (kredittartománya a KKK szerint)	Tantárgyak megnevezései, kódjai; kreditértékei	Ismeretkör összegzett kreditértéke	Ismeretkör felelős
algebra és számelmélet 15-45 kredit	Vektor- és mátrixalgebra matematikusoknak BMETEAGBsMVMAL- 00, 8 Bevezetés az algebrába, BMETEAGBsMBALG-00, 8 Algebra 1, BMETE91AM38, 7	23	Dr. Hegedüs Pál
analízis, differenciál- egyenletek, komplex függvénytan 22-50 kredit	Kalkulus, BMETE92AP61, 8 Többváltozós kalkulus, BMETE92AP61, 8 Analízis 1e, BMETEAObSMAN1E-00, 6 (1 kredit a következő is- meretkörben elszámolva) Analízis 2e, BMETEAObSMAN2E-00, 5 Differenciálegyenletek 1, BMETE93AM15 6	33	Dr. Kovács Mihály
geometria, topológia, differenciálgeometria 15-35 kredit	Geometria 1e, BMETEAGBsMGE1E-00, 5 Geometria 2e, BMETEAGBsMGE2E-00, 4	15	Dr. Csima Géza

Ismeretkör elnevezése; (kredittartománya a KKK szerint)	Tantárgyak megnevezései, kódjai; kreditértékei	Ismeretkör összegzett kreditértéke	Ismeretkör felelős
	Differenciálgeometria 1, BMETE94AM26, 5 Analízis 1e, BMETEAOBsMAN1E-00, 7 egy része (1 kredit)		
kombinatorika, gráfelmélet, algoritmuselmélet, halmazelmélet, matematika alapjai 10-30 kredit	A matematika módszerei, BMETEAGBsMMMOD-00, 5 Kombinatorika és gráfelmélet 1, BMEVISZA025, 6 Algoritmuselmélet, BMEVISZAA08, 5	16	Dr. Molnár Zoltán Gábor
valószínűségszámítás, statisztika, operációkutatás és optimalizálás 10-40 kredit	Valószínűségszámítás 1, BMETE95AM29, 6 Statisztika 1, BMETE95AM31, 5 Operációkutatás, BMETE93AM19, 5	16	Dr. Bálint Péter
alkalmazott matematika és informatika 10-45 kredit	Informatika 1 BMETEAGBsMINF1-00, 4 Informatika 2 BMETEAGBsMINF2-00, 4 Informatika 3 BMETEAGBsMINF3-00, 4 Algoritmuselmélet programozási feladatok, BMETE91AM57, 2 Valószínűségszámítás programozási feladatok, BMETE91AM56, 2 Matematikai modellalkotás szeminárium, BMETE95AM12, 2 Kötelezően választható közismereti tárgy 1, BMEGT%, 5 Kötelezően választható közismereti tárgy 2, BMEGT%, 5	2 8	Dr. Simon András
kötelezően választható specializációs tárgyak	Bevezetés az adattudományba 1 BMETESZBsMBAT1-00, 7 Sztocasztikus folyamatok BMETE95AM41, 6	30	Dr. Pitrik József

Ismeretkör elnevezése; (kredittartománya a KKK szerint)	Tantárgyak megnevezései, kódjai; kreditértékei	Ismeretkör összegzett kreditértéke	Ismeretkör felelős
	A modern valószínűség- számítás eszközei BMETESZBsMMVAE-00, 5 Valószínűségi számítás 2 BMETESZBsMVSZ2-00, 5 Önálló kutatási feladat 1 BMETE90AM48, 2 Funkcionálanalízis 1 BMETEAObSMFAN1-00, 5 Algebra 2 METEAGBsMALG2-00, 5 Fizika 1 matematikusok- nak BMETEEFBsMFIZ1-00, 3 Konvex geometria BMETEAGBsMKGEO-00, 5 Kombinatorika és gráf- elmélet 2 BMEVISZBSXC026-00, 5 Mátrixanalízis BMETEAObSMMATR- 00, 3 Bevezetés a kvantum-in- formációelméletbe BMETEAObSMBKIE-00, 3 Matematikai logika BMETEAGBsMMLOG- 00, 3 Halmazelmélet, BMETEAGBsMHELM- 00, 3 Topológia BMETEAGBsMTOPO-00, 3 Alkalmazott numerikus módszerek Matlabbal BMETEAObSMANUM- 00, 5 Parciális differenciál- egyenletek BMETEAObSPDEG-00, 5 Számelmélet		

Ismeretkör elnevezése; (kredittartománya a KKK szerint)	Tantárgyak megnevezései, kódjai; kreditértékei	Ismeretkör összegzett kreditértéke	Ismeretkör felelős
	BMETEAGBsMSZEL-00, 3		
szakdolgozat 10 kredit	Szakdolgozat-készítés- BMETE90AM47, 10	10	Dr. Kói Tamás
szabadon választható tantárgyak legalább 9 kredit	Szabadon választható tárgyak	9	

2.4.5. Specializációk

A képzésben nincsenek specializációk. Az ötödik és hatodik félévben 30 kreditnyi kötelezően választható specializációs tárgyat kell elvégezni.

2.5. Értékelési és ellenőrzési módszerek

Az egyes tantárgyak vonatkozásában az értékelési és ellenőrzési módszereket, eljárásokat és szabályokat a tantárgyleírások (tantárgyi adatlapok) tartalmazzák részletesen, összhangban a hatályos Tanulmányi és Vizsgaszabályzattal, valamint a jelen képzési programmal.

Az egyes tantárgyakban kizárólag olyan értékelési és ellenőrzési módszerek alkalmazhatók, amelyeket a képzési program meghatároz.

Az értékelési módszerek általános leírása, célrendszere:

- Az értékelési módszerek mérhetővé teszik a tanulási eredmények elérésének mértékét, tantárgyanként figyelembe véve a megfelelő kompetenciákat;
- Az értékelési módszerek igazodnak a tantárgy jellegéhez és az oktatási-tanulási tevékenységekhez (pl. írásbeli vizsga, projektmunka, szóbeli vizsga, prezentáció, csoportmunka, projektfeladat, programozási feladat, házi feladat);
- Az értékelési módszerek támogatják az aktív hallgatói részvételt és felelősségvállalást, elősegítve az elmélyült tanulást és a folyamatos fejlődést a pusztán memoriter helyett;
- Az értékelések időben adott, konstruktív visszajelzéseket biztosítanak, amelyek segítik a hallgatót saját teljesítményének megértésében és fejlődési lehetőségeinek azonosításában;
- Az átlátható követelményrendszereket a tantárgyi adatlapok tartalmazzák.

A matematika alapképzés során alkalmazott értékelési és ellenőrzési módszerek célja, hogy megbízhatóan mérjék a tantárgyakhoz rendelt tanulási eredmények elérését,

elősegítsék a hallgatók aktív részvételét, önállóságát és fejlődését, valamint támogassák a hallgatóközpontú tanulás megvalósítását. Az értékelés szerves részét képezi a tanulási folyamatnak, nemcsak számonkérési eszköz, hanem a visszacsatolás és a fejlesztés egyik legfontosabb formája.

A képzés során különböző értékelési módszereket alkalmazunk, amelyek igazodnak az adott tantárgy céljához és didaktikai jellegéhez. A módszerek között szerepelnek: egyéni és csoportos projektfeladatok, írásbeli dolgozatok, beadandók, prezentációk, szóbelik, programozási feladatok, valamint gyakorlati feladatok. E sokszínűség biztosítja, hogy a tudás, a képességek és az attitűdök értékelése egyaránt megtörténjen.

A program tantárgyai félévközi jeggyel, vizsgával vagy aláírással zárulnak. A félévközi számonkérés során az oktatók a folyamatos hallgatói munkát tudják értékelni zárthelyi dolgozatok, laborjegyzőkönyvek, projektfeladatok, házi feladatok, programozási beadandók, írásbeli beszámolók keretében. A Matematikai modellalkotás szeminárium tárgyából a hallgatóknak írásbeli beszámolót kell készíteni. A vizsgával záruló tárgyak esetében szóbeli vagy írásbeli vagy szóbeli és írásbeli kollokvium alkalmazásával történik a számonkérés. Ugyanakkor a vizsgás tantárgyak egy részénél az oktatók az évközi munkát is értékelik plusz pontszámszerzési lehetőséggel, a zárthelyik, beadandók és a kollokvium eredményeit súlyozva.

2.5.1. Tanulmányi teljesítményértékelési módszerek

A képzés során alkalmazott tanulmányi teljesítményértékelési módszerek típus szerinti részletes leírását a következő táblázat tartalmazza. A tantárgyak értékelési módszerei ezekből érdemben nem térhetnek el, a képzésben egységesen és következetesen alkalmazandók.

Értékelési módszer	Módszertani leírás, tipikus megvalósítási módok	Az értékelés teljesítésének átlagos időtartama, vagy tipikus időkerete, perc vagy óra	Az értékelésre való hallgatói felkészülés átlagos időtartama, óra
szóbeli vizsga	felkészülési idő (10-60 perc) biztosítása mellett megvalósított, részben vagy egészében párbeszédes jellegű szóbeli értékelés, amely alapulhat strukturált kérdésekre adott (tételsor, témakörlista) feleleten (összefüggő kifejtés) vagy kérdések és válaszok nem strukturált sorozatán (pl. alkalmazási problémák megoldása)	15–60 perc	45 óra
írásbeli vizsga	A vizsga lehet elméletfókuszú (fogalmak, modellek ismerete, értelmezése)	30–240 perc	45 óra

Értékelési módszer	Módszertani leírás, tipikus megvalósítási módok	Az értékelés teljesítésének átlagos időtartama, vagy tipikus időkerete, perc vagy óra	Az értékelésre való hallgatói felkészülés átlagos időtartama, óra
	vagy gyakorlati jellegű (elemzési, számolási feladatok), vagy a kettő ötvöze. Tartalmazhat zárt (feleletválasztós) és nyílt (esszé) kérdéseket is. Beugró feladatok alkalmazhatók az alapszintű tudás ellenőrzésére. Megvalósítható digitális (Moodle) formában vagy papír alapon.		
összegző tanulmányi teljesítményértékelés	Félév közben alkalmazott írásbeli számonkérés. Lehet elméletfókuszú (fogalmak, modellek ismerete, értelmezése) vagy gyakorlati jellegű (elemzési, számolási feladatok), vagy a kettő ötvöze. Tartalmazhat zárt (feleletválasztós) és nyílt (esszé) kérdéseket is. Megvalósítható digitális (Moodle) formában vagy papír alapon.	30–180 perc	20 óra
részteljesítmény értékelés	házi feladatok, projektfeladatok		– rendszeres (legfeljebb egy hetes határidővel) házi feladat: 2-3 óra; – komplex házi feladat (két-három hetes határidővel): 10 óra; – átfogó házi feladat (legalább egy hónapos határidővel): 36 óra; – féléves, kvázi projekt típusú házi feladat: 72 óra
féléves projektfeladat (projekttantárgyban)	a projektfeladatok általános célja (milyen hallgatói kompetenciákat fejlesztenek)	15–60 perc (a bemutatás, beszámoló időtartama)	legalább 120 óra
diagnosztikus értékelés (ellenőrző dolgozat)	A szintfelmérő és ellenőrző dolgozatok célja a folyamatos tanulás ösztönzése és visszajelzés biztosítása a hallgatónak és oktatónak a tanulási folyamat szintjéről és	2–15 perc	2 óra

Értékelési módszer	Módszertani leírás, tipikus megvalósítási módok	Az értékelés teljesítésének átlagos időtartama, vagy tipikus időkerete, perc vagy óra	Az értékelésre való hallgatói felkészülés átlagos időtartama, óra
	hatékonyságáról. A dolgozatok vagy a dolgozatok egy részének eredménye beleszámíthat a féléves eredménybe. A dolgozatok formája lehet jelenléti vagy online, jelenléti formában papíron vagy elektronikus formában.		
részteljesítmény értékelés: aktív részvétel	a tanulmányi foglalkozásokon való rendszeres jelenlétet és a hallgató aktív szellemi vagy gyakorlati hozzájárulását értékeli. Nem pusztán a fizikai jelenlét, hanem az órai hozzászólás, feladatmegoldásban való részvétel, kérdésekre adott válaszok, csoportmunkában való aktív közreműködés képezi az értékelés alapját. Tipikus megvalósítási módok: pontgyűjtéses rendszer, ahol minden órán meghatározott tevékenységért jár pont; minimum-követelményhez kötött, pl. az órák 70%-án való aktív részvétel szükséges az aláíráshoz; kvalitatív értékelés, ahol a tanár a szemlélet, hozzájárulás és attitűd alapján osztályoz.	45-90 perc	nem alkalmazható
részteljesítmény értékelés: esszé	Rövidebb vagy hosszabb méretű, strukturált írásos munka, amelyben a hallgató egy adott témát feldolgoz, értelmez, és saját nézőpontját önálló gondolatmenet mentén fejti ki. Az esszé az érvelő írás egyik formája, amely elméleti és/vagy gyakorlati kérdésekre reflektál, a témát rendszerezi, és szakirodalmi vagy tapasztalati hivatkozásokra támaszkodik. Tipikus megvalósítási módok: tematikus esszé – egy szű-		2-30 óra

Értékelési módszer	Módszertani leírás, tipikus megvalósítási módok	Az értékelés teljesítésének átlagos időtartama, vagy tipikus időkerete, perc vagy óra	Az értékelésre való hallgatói felkészülés átlagos időtartama, óra
	kebb témára fókuszálva fejti ki az adott tantárgy tananyagához, vagy előadásokhoz kapcsolódó reflexiót; probléma-orientált esszé – gyakorlati helyzetek, jelenségek értelmezése, esetenként javaslatlattétellel; szakirodalmi esszé – több forrás alapján történő önálló összegzés, összehasonlítás és értékelés.		
részteljesítmény értékelés: szóbeli beszámoló, prezentáció	a hallgató által előre kidolgozott témakör szóbeli bemutatásán alapul, amelyhez gyakran digitális prezentáció is kapcsolódik (pl. PowerPoint, Prezi). A beszámoló lehet önálló kutatás, esettanulmány, projekt munka vagy szakirodalmi feldolgozás eredménye is. Az értékelés alapját a tartalmi felkészültség, a kommunikációs készség, az előadásmód és az időkerethez való alkalmazkodás képezi. Tipikus formák: egyéni vagy csoportos prezentáció az óra keretében vagy órán kívül; szakmai vita.	10-20 perc	4-20 óra

2.5.2. Szaknyelvi kompetenciák

Ezen képzés esetében nem releváns, illetve nem alkalmazható, tekintettel arra, hogy a képzés angol nyelven folyik.

2.5.3. Szakmai gyakorlat

Ezen képzés esetében nem releváns, illetve nem alkalmazható.

2.5.4. Kritériumkövetelmények

A képzés során teljesítendő kritériumkövetelmények, amelyek teljesítettsége a vég bizonyítvány megszerzésének feltétele:

1. Testnevelés: 2 félév
2. Speciális szaknyelvi követelmények: 2.5.2. szerint
3. Egészségügyi alkalmassági feltétel(ek): -

4. Munka-, baleset-, környezet- és tűzvédelmi oktatásban való részvétel: -
5. Egyéb, képzésspecifikus kritériumkövetelmények: -

2.5.5. Szakdolgozat-készítés

1. A záródolgozat-készítést szolgáló tantárgy felvételének előzetes követelményei:

A Szakdolgozat-készítés tárgy keretében készítik el a végzős hallgatók szakdolgozatukat, amelyben számot adnak arról, hogy az elsajátított ismereteket önállóan és alkotó módon tudják használni. A Matematika alapképzésben a szakdolgozat elkészítésére a 6. félévben heti 10 kontakt óra áll a hallgatók rendelkezésére, de ezt előkészítheti az *Önálló kutatási feladat 1* kötelezően választható tárgy keretében végzett munka, illetve a *Matematikai modellalkotás szeminárium* teljesítése.

A Szakdolgozat-készítés című tárgyat az a hallgató veheti fel, aki a Mintatanterv szerinti kreditekből legalább 144-et teljesített, és a kritérium követelményeket teljesítette.

A szakdolgozati témákat az érintett tanszékek legkésőbb a tárgyfelvétel félévét megelőző félév 10. oktatási hetének végéig meghirdetik.

Szakdolgozati témát legalább Ph.D. minősítéssel rendelkező oktató, kutató, illetve vezető oktató, kutató hirdethet meg. Egy személy legfeljebb 2 hallgató témavezetője lehet ugyanabban a félévben.

A szakdolgozat témáját minden esetben a Matematika Intézet érintett tanszékének ("anyatanszék") vezetője vagy a Számítástudományi és Információelméleti Tanszék vezetője hagyja jóvá. Ez érvényes abban az esetben is, ha a témát külső oktató vagy kutató hirdette meg. Ekkor a Matematikus Szakbizottság az érdekeltekkel konzultálva felkér egy anyatanszéket a szakdolgozati téma jóváhagyására, egy belső konzulens kinevezésére, illetve a szakdolgozat elkészítésének felügyeletére.

A meghirdetett szakdolgozati témákat a Matematika Intézet, illetve a Tanszékek honlapján teszik közzé.

A témaválasztás a Szakdolgozat-készítés tárgy tantárgyfelelős oktatójának honlapján található kérdőív kitöltésével történik.

2. A záródolgozat tartalmi és formai követelményei:

Tartalmi követelmények

A szakdolgozat a matematika szakos hallgatóknak a témavezető irányításával készült önálló munkája. A szerző a dolgozatban mutassa be a vizsgált témát, fejtse ki a problémákat, és részletesen ismertesse a megoldáshoz vezető utat. A munkának a matematikus tanulmányok ismeretanyagára kell épülnie.

Formai követelmények

A szakdolgozat terjedelme: 30–50 oldal. Szedése történjen 12-es betűmérettel és másfeles sorközzel.

A dolgozat szerkezete az alábbi legyen.

- Címoldal (lásd lent).
- Tartalomjegyzék és (ha vannak) külön mellékletek jegyzéke.
- Szöveg (részletes, jól tagolt tárgyalás).
- A szövegrész végén a főbb konklúziók és az elért eredmények összefoglalása, várható fejlemények.
- Ábrák és táblázatok jegyzéke (ha esetleg nem a szöveg között helyezkednek el).
- Irodalomjegyzék.
- Az írásos mellékletek a munka utolsó fejezete és az irodalomjegyzék között helyezkedjen el.

Tagolás

A dolgozat tartalmazza a tanulmányozott terület világos, rövid összefoglalását. A munka fejezetei a kiadott diplomafeladat kidolgozandó kérdéseit kövessék, de természetesen tovább tagolhatók a szerző elgondolásai szerint egyszerű, világos alcímeket viselő szakaszokra, alfejezetekre.

Táblázatok, ábrák, képletek

A munka ábrái legyenek jó minőségű szerkesztett vagy rajzolt képek. A képletekben, de általában az ábrákon, táblázatokban és az egész munkában használt jelölések következetesek legyenek, de igazodjanak a műszaki-tudományos életben szokásos jelölésekhez.

Utaló számozások

Ha a táblázatokat és ábrákat nem lehet pontosan oda helyezni, ahol a szövegben sorra kerülnek, akkor számozással kell utalni rájuk. Nem kötelező, de célszerű minden táblázatnak, ábrának rövid, kifejező címet is adni. A matematikai képletek száma velük egy sorban a margón (egy oldalas formátum esetén a jobb margón, két oldalas formátum esetén a kötéssel ellentétes margón) helyezkedik el kerek zárójelben pont nélkül. A matematikai képletek számozását a LATEX automatikusan elvégzi. Az irodalomjegyzék tételeire a szövegben is ugyanolyan szögletes zárójeles jelzés utaljon, mint amilyen a irodalomjegyzékben a tételek számozva vannak, s ez a zárójelezés fölöslegessé tesz minden ilyen utalást: "/lásd irodalom/" A LATEX programban a `\cite{}` utasítást célszerű használni erre.

Irodalomjegyzék

Az irodalomjegyzékben fel kell sorolni a munka kidolgozásához forrásul használt művek következő bibliográfiai adatait egységes formátumban.

– Szerzők neve. (Sokszerzős műveknek, kézikönyveknek csak a szerkesztője, de nem a cím előtt, hanem utána).

– A mű pontos címe.

– Megjelenésének helye és ideje.

– A sorozat címe (ha van). Magyar (angol) nyelvű munka esetén a magyar (angol) szakirodalomban elterjedt hivatkozási stílus alkalmazandó. A magyar nyelvű munka esetén egy hivatkozási stílust mutat be az alábbi példa, de ettől a témavezető jóváhagyásával el lehet térni

Folyóirat cikkekre hivatkozás:

[referencia] Név. Cím. *Folyóirat teljes neve, vagy szabályos rövidítése*, kötet száma (szám): oldal tól–ig, évszám.

Például:

[34] A. Fujiwara. An estimation theoretical characterization of coherent states. *J. Math. Phys.*, 40(9): 4227–4239, 1999.

Könyvre hivatkozás:

[referencia] Név. Cím. Sorozat címe és száma (ha van). Kiadó, kiadás helye (ha ismert), évszám.

Például:

[35] J. Conway. *A Course in Functional Analysis*. Graduate Texts in Mathematics 96. Springer Verlag, 1990

Irodalomjegyzékben csak olyan művek szerepeljenek, amelyek felhasználása, idézése a szövegből egyértelműen megállapítható, illetve melyre hivatkozás található a szövegben.

A munka rövid kivonata

Célja nem a munka tartalomjegyzékének ismételése vagy utólagos ismertetése, hanem a fő mondanivaló, a szemlélet, az elért eredmények, a konklúziók és a tézisek tömör, de világos és áttekinthető felsorolása, ismertetése.

A munka kötése

A munka kötésének címlapjára az alább látható egy minta, ahol a SZAKDOLGOZAT kifejezés helyett a műhöz és nyelvezetéhez alkalmazkodva állhat még a BACHELOR THESIS kifejezés is.

SZAKDOLGOZAT

Név
2026

A címoldalra alább található egy minta, ahol a szintén értelemszerűen más kifejezés is állhat a SZAKDOLGOZAT helyett.

BME Matematika Intézet

Munka címe 1
vagy 2 sorban

SZAKDOLGOZAT

Név

Témavezető: ...

2026

Leadási határidők, eljárási szabályok

A szakdolgozatot és a kivonatot a pótlási hét péntekén déli 12 óráig elektronikus formában (pdf) a zv@math.bme.hu címre kell elküldeni. A dolgozat késedelmes leadása csak a méltányossági kérelem pozitív elbírálása esetén lehetséges legfeljebb egy héttel a hivatalos leadási határidő után a fenti módon.

3. A záródolgozat képzés nyelvétől eltérő nyelven történő készítésének szabályai:

A szakdolgozat nyelve angol.

4. A záródolgozat-készítés folyamata:

- Témaválasztás a <http://math.bme.hu/~koitomi/222szakdolgozatm.html> honlapon található kérdőív kitöltésével.

Határidő: 7. oktatási hét péntek.

- A témavezető által megajánlott jegy elküldése email-ben az koitomi@math.bme.hu címre. A hallgató feladata értesíteni a témavezetőt, hogy megajánlott jegyet kell küldenie a tárgyból.

Határidő: 14. oktatási hét szerda.

- Ha a szakdolgozat védeése későbbi félévben történik, akkor elég a szakdolgozat legalább 10-15 oldalas vázlatának az elküldése a zv@math.bme.hu címre.
- Egyéb esetben a szakdolgozatot és a kivonatot a Neptun rendszerben a Tanulmányok/Diplomamunka menüben kell elektronikusan feltölteni pdf formátumban, valamint a dolgozatot, illetve a kivonatot a zv@math.bme.hu címre is el kell küldeni.

5. A záródolgozat-készítés értékelésének szempontjai:

A Szakdolgozat-készítés c. tárgy félévközi osztályzatát a témavezető állapítja meg a dolgozat készítése során végzett hallgatói munkát értékelve.

Félévközi számonkérés:

- Témaválasztás a <http://math.bme.hu/~koitomi/222szakdolgozatm.html> honlapon található kérdőív kitöltésével.

Határidő: 7. oktatási hét péntek.

- A témavezető által megajánlott jegy elküldése email-ben a koitomi@math.bme.hu címre. A hallgató feladata értesíteni a témavezetőt, hogy megajánlott jegyet kell küldenie a tárgyból.

Határidő: 14. oktatási hét szerda.

- Ha a szakdolgozat védeése későbbi félévben történik, akkor elég a szakdolgozat legalább 10-15 oldalas vázlatának az elküldése a zv@math.bme.hu címre.
- Egyéb esetben a szakdolgozatot és a kivonatot a Neptun rendszerben a Tanulmányok/Diplomamunka menüben kell elektronikusan feltölteni pdf formátumban,

valamint a dolgozatot, illetve a kivonatot a zv@math.bme.hu címre is el kell küldeni.

Határidő: pótlási hét péntek déli 12 óra.

A félév végi osztályzat kialakítása: A félévközi számonkérések teljesítése után kerül beírásra a megajánlott jegy.

6. A záródolgozat tartalmi (szakmai) értékelésének szempontjai:

A szakdolgozatról a témavezető írásos értékelést készít. A szakdolgozatról a témavezető felkérésére a bíráló írásos bírálatot készít. A bírálatokat legkésőbb a vizsgaidőszak második hetének a végéig kell elküldeni a zv@math.bme.hu címre. Az értékelést és a bírálatokat a hallgató a záróvizsga előtt legkésőbb öt nappal kézhez kapja. A hallgató a záróvizsga elején ismerteti szakdolgozatát, válaszol a témavezető, a bíráló, illetve a Záróvizsga Bizottság által feltett kérdésekre, kifogásokra és hozzászólásokra. A szakdolgozat osztályzatát a témavezető és a bíráló javaslata alapján, valamint a vizsgán elhangzottak figyelembevételével a Záróvizsga Bizottság állapítja meg.

2.5.6. Záróvizsga

a) A záróvizsga a Záróvizsga Bizottság előtt tett szóbeli vizsga.

A szóbeli vizsga első fele a szakdolgozat rövid ismertetéséből és megvédéséből áll.

A szakdolgozat védés a záróvizsgázó 15 perces szabad előadása, amelyben részletesen bemutatja az általa a feladatkiírásban meghatározott feladat vagy probléma megoldását, az ahhoz vezető utat, kiemeli az önálló munkáját, ezután 5 percben érdemben válaszol a bíráló felvetéseire kérdéseire, valamint a záróvizsga-bizottság tagjai által feltett kérdésekre.

A szakdolgozat osztályzatát (D) a hallgató előadása és a témavezető (valamint a bíráló) javaslata alapján a Záróvizsga Bizottság állapítja meg.

A szóbeli vizsga második fele két részből áll: egy szigorlat jellegű szóbeli alaptárgyi vizsgából és egy szigorlat jellegű szóbeli specializációs vizsgából. A szóbeli alaptárgyi vizsgán a mindenki számára kötelező algebra, analízis, geometria, diszkrét matematika és valószínűesszámítás tárgyak egyikéből kap egy kérdést a vizsgázó. A szóbeli specializációs vizsgán pedig a hallgató által választott legalább 12 kreditnyi kötelezően választható matematika tárgyak egyikéből kap egy kérdést a vizsgázó.

A záróvizsga tárgyak (ZT) eredménye az alaptárgyi vizsga (A) és a szóbeli specializációs vizsga (SZS) osztályzatának és egyszerű számtani átlaga.

b) Sikeres a záróvizsga, ha a vizsgázó a záróvizsga minden részében legalább elégséges érdemjegyet szerzett. A záróvizsga sikertelen, ha a záróvizsgán szerzett bármely érdemjegy elégtelen. Sikeres záróvizsga nem javítható. Sikertelen záróvizsga javításának feltételeit a TVSZ rögzíti.

c) A záróvizsga menetének szabályai és követelményei a TVSZ-ben, valamint a Képzési Kódexben vannak rögzítve.

d) A TVSZ szerint az oklevél eredményét a $(0,2 * ZT + 0,3 * D + 0,5 * TÁ)$ képlet szerint kell kiszámítani, ahol

i. **ZT**: a záróvizsga tárgyak eredménye,

ii. **D**: a szakdolgozatra a Záróvizsga Bizottság által adott érdemjegy,

iii. **TÁ**: a teljes tanulmányi időszakban megszerzett összes kreditre vonatkozó súlyozott tanulmányi átlag, két tizedesjegyre kerekítve.

e) A dékán által kijelölt záróvizsga-időszakon belül a záróvizsgák időpontjának kitűzése, a vizsgák megszervezése a TVSZ és a Tanulmányi Ügyrend rendelkezéseinek figyelembevételével a Matematika Intézet feladata.

f) A Záróvizsga Bizottságot lehetőleg úgy kell összeállítani, hogy a témavezető és a belső konzulens ne legyen a bizottság tagja.

g) Különleges esetekben a szakdolgozat elkészítésének felügyeletét ellátó tanszék ("anyatanszék") vezetőjének javaslatára a Kari Tanulmányi Bizottság engedélyezheti, hogy a témavezető vagy a belső konzulens a Záróvizsga Bizottság tagja legyen

A záróvizsga tantárgycsoportjai

Záróvizsga tantárgycsoport kódja	Záróvizsga tantárgycsoport megnevezése	Záróvizsga tantárgycsoportba sorolt mintatantervi tantárgyak (tantárgynév, tantárgykód)
ZVETE90AMALAP	Alaptárgyak	Vektor- és mátrixalgebra matematikusoknak (BMETEAGBsMVMAL-00) Bevezetés az algebrába (BMETEAGBsMBALG-00) Algebra 1 (BMETE91AM38) Kalkulus (BMETE92AP61) Többváltozós kalkulus (BMETE92AP61) Analízis 1e (BMETEAOBsMAN1E-00) Analízis 2e (BMETEAOBsMAN2E-00) Differenciálegyenletek 1 (BMETE93AM15) Geometria 1e (BMETEAGBsMGE1E-00) Geometria 2e (BMETEAGBsMGE2E-00) Differenciálgeometria 1 (BMETE94AM26) Kombinatorika és gráfelmélet 1 (BMEVISZA025) Algoritmuselmélet (BMEVISZAA08) Valószínűségszámítás 1 (BMETE95AM29)
ZVETE90AMSPEC_EN	Specializáció Szóbeli specializációs vizsga	Operációkutatás (BMETE93AM19), 5 Algebra 2 (BMETEAGBsMALG2-009), 5

Záróvizsga tantárgycsoport kódja	Záróvizsga tantárgycsoport megnevezése	Záróvizsga tantárgycsoportba sorolt mintatantervi tantárgyak (tantárgynév, tantárgykód)
	a felsorolt tárgyakból legalább 12 kreditnyit választ a hallgató	Funkcionálanalízis 1 (BMETEAObSMFAN1-00), 5 Parciális differenciálegyenletek (BMETEAObSPDEG-00), 5 Alkalmazott numerikus módszerek Matlabbal (BMETEAObSMANUM-00), 5 Konvex geometria (BMETEAGBsMKGEO-00), 5 Kombinatorika és gráfelmélet 2 (BMEVISZBSXC026-00), 5 Mátrixanalízis (BMETEAObSMMATR-00), 3 Bevezetés a kvantuminformációelméletbe (BMETEAObSMBKIE-00), 3 Halmazelmélet (BMETEAGBsMHELM-00), 3 Matematikai logika (BMETEAGBsMMLOG-00), 3 Számelmélet (BMETEAGBsMSZEL-00), 3 Bevezetés az adattudományba 1 (BMETESZBsMBAT1-00), 7 Sztocasztikus folyamatok (BMETE95AM41), 6 Valószínűesszámitás 2 (BME-TESZBsMVSZ2-00), 5 A modern valószínűesszámitás eszközei (BMETESZBsMMVAE-00), 5 Fizika 1 matematikusoknak (BMETEEFBsMFIZ1-00), 3 Topológia (BMETEAGBsMTOPO-00), 3

Az egyes záróvizsga tantárgycsoportok részletes követelményei (tételsor, kompetencialista)

1. Alaptárgyak [ZVETE90AMALAP]

1. Számelmélet

Oszthatóság, egység, legnagyobb közös osztó definíciója. Maradékos osztás tétele, euklideszi algoritmus. Felbonthatatlan szám, prímszám, számelmélet alaptétele. Kongruencia definíciója, elemi tulajdonságai, maradékosztály, teljes és redukált maradékrendszer. Euler-Fermat tétel.

2. Lineáris egyenletrendszerek és mátrixaik

Homogén és inhomogén lineáris egyenletrendszer, mátrix rangja, megoldhatóság feltétele, megoldások száma. $\mathbb{R}^n$, vektortér, altér, lineáris függetlenség, összefüggőség, bázis, dimenzió. Mátrix sor, oszlop és nulltere. Gauss-elimináció, elemi sorműveletek, lépcsős alak, redukált lépcsős alak. Mátrixműveletek és tulajdonságaik, mátrix inverze, transzponáltja, pszeudoinverze. LU és PLU felbontás létezése és használata.

3. Lineáris transzformációk, mátrixok

Lineáris leképezés fogalma, mátrix alakja, bázisátmenet. Sajátérték, sajátvektor, diagonalizáció. Cayley-Hamilton tétel és Jordan féle normálalak. Az euklideszi skalárszorzat és norma. Ortogonális és szimmetrikus mátrixok. Kvadratikus alakok definitisége. Skalárszorzat a komplex számok és véges testek felett. Bilineáris formák, standard alak, főtengetlytétel. Mátrixfelbontások: SVD, QR, spektrálfelbontás.

4. Csoportelmélet

Csoport, részcsoporth, normálosztó, faktorcsoport, homomorfizmus, homomorfizmustétel. Elem és csoport rendje, Lagrange-tétel, Cauchy-tétel. Ciklikus csoport részcsoporthjai. Véges Abel csoportok alaptétele, p-csoportok, Sylow részcsoporth, Sylow tételei.

5. Polinomgyűrűk és testek

Gyűrű, részgyűrű, ideál, faktorgyűrű. Test, karakterisztika, prímtest. $F[x]$ -ben és Z -ben: maradékos osztás, főideálgyűrű, maximális ideálok és ezekkel vett faktorkok. Komplex számok, polinomok, az algebra alaptétele. Testbővítés foka, algebrai elem, egyszerű testbővítés.

1. Differenciálás

Egyváltozós skalárfüggvény esetén: függvény deriváltja, differenciálási szabályok, középértéktételek (Rolle és Lagrange), monotonitás kapcsolata a deriválttal és a konvexitás kapcsolata a második deriválttal, Hölder- és Minkowski-egyenlőtlenség.

Többsváltozós vektorértékű függvény esetén: parciális derivált, függvény deriváltja, differenciálási szabályok. Függvény Jacobi-mátrixa és Jacobi-determinánsa. Iránymenti derivált. Függvény gradiense, divergenciája, rotációja.

Laplace operátor. Érintősík. Függvény lokális (szigorú) maximuma/minimuma. Függvény lokális szélsőértékének jellemzése a függvény deriváltjaival. Függvény lokális maximuma és minimuma adott feltétel mellett. A feltételes szélsőérték létezésének szükséges feltétele. Lagrange-multiplikátor.

2. Függvénysorok és integrálás.

Valós sor konvergenciája. Konvergencia-kritériumok (majoráns/ minoráns, gyök és hányados kritérium). Leibniz-sor. Függvénysor pontonkénti, egyenletes és lokálisan egyenletes konvergenciája. Hatványsorok és a hatványsorokra vonatkozó Cauchy-Hadamard-tétel. Skalár-skalár függvények esetén függvénysor tagonkénti integrálhatósága és differenciálhatósága. Taylor-sorfejtés.

Adott felosztáshoz tartozó közelítő összegek és oszcillációs összeg. Riemann integrálhatóság. Newton–Leibniz-tétel. Integrálszámítás alkalmazása (görbe ívhossza; síkidom területe; forgástest térfogata és felszíne). Polár, henger és gömbi koordináták. Sík, illetve térbeli tartományon vett integrálás szemléletes bevezetése. Integrálás normáltartományokon, két- és háromdimenziós integrálok felírása szukcesszív egydimenziós integrálokkal. Integrálok sorrendjének a felcserélése. Felület normálvektora és felszíne. Tértartomány térfogata. Gauss–Osztrógradszkij-tétel és Stokes-tétel.

3. Komplex függvénytan és Fourier-sorfejtés.

Komplex függvény differenciálhatósága és deriváltja. Cauchy–Riemann-egyenletek. Görbementi integrál. Newton–Leibniz-tétel. Goursat-lemma. Görbe indexfüggvénye és az indexfüggvény tulajdonságai. Cauchy tétele kontúrhomotóp görbéken számolt integrálról. Cauchy integrálformulái. Holomorf függvény analitikussága. Liouville-tétel és az algebra alaptétele. Holomorf függvények gyökeinek tulajdonságai és a gyökök multiplicitása. Lokális maximum elve. Laurent-sorfejtés. Függvény szingularitása, n -ed rendű pólusa és lényeges szingularitása. Reziduum-tétel.

Fourier-együtthatók és Fourier-sorfejtés. Integrálható függvény Fourier-együtthatóinak konvergenciája. Kétszer folytonosan differenciálható függvény Fourier-sorának konvergenciája.

4. Metrikus terek és normált terek.

Nyílt, zárt, korlátos és kompakt halmazok és alaptulajdonságaik. Valós számokra: Borel–Lebesgue-tétel és Cauchy-kritérium. Metrikus téren: függvény folytonossága és határértéke, kompakt halmazokra vonatkozó Cantor-féle közösrész tétel, Borel–Lebesgue-tétel, Bolzano–Weierstrass-tétel; függvényekre vonatkozó Weierstrass-féle maximum-minimum elv, Heine-tétel és Banach-féle fixponttétel. Teljes metrikus tér, Banach-tér és Hilbert-tér fogalma. Cauchy–Schwarz–Bunyakovszkij-egyenlőtlenség, vektor kifejtése teljes ortonormált rendszerben, Parseval-egyenlőség. Operátornorma és tulajdonságai. Carl Neumann-sor. Normák ekvivalenciája. Példa nem folytonos lineáris leképezésre és nem ekvivalens normákra.

5. Differenciálegyenletek.

Kezdetiérték-probléma, Lipschitz-tulajdonság, egzisztencia- és unicitástétel. A megoldás létezése és folytonos függése a kezdeti értékektől. Explicit módon megoldható egyenlettípusok (szeparábilis, lineáris és egzakt differenciálegyenletek). Lineáris differenciálegyenlet-rendszerek megoldása. Magasabb rendű lineáris differenciálegyenlet megoldása. A stabilitás és az aszimptotikus stabilitás fogalma. Stabilitásvizsgálat linearizálással. Ljapunov-tételek.

GEOMETRIA

1. Konvex poliéderek

- n -dimenziós konvex poliéder definíciója (félterek metszete vs csúcspont halmaz konvex burka)
- n -dimenziós szabályos poliéderek osztályozása
- 3-dimenziós Euler tétel, Platoni testek létezése

2. Nemeuklideszi geometriák

- háromszög szögösszege és területe hiperbolikus és szférikus geometriában (Legendre tételek)
- modelltávolságok (kettősvizony)
- homogén koordináták és a valós projektív sík (Desargues tétel, Pappos tétel)

3. Görbék és felületek differenciálgeometriája a 3-dimenziós euklideszi térben

- A görbeelmélet alaptétele, a felületelmélet alaptétele, theorema egregium és az ezekben szereplő fogalmak ismertetése.

DISZKRÉT MATEMATIKA ÉS ALGORITMUSOK

1. Adatrendezési módszerek. A keresés alapvető módszerei, adatszerkezetek

Kiválasztásos, beszúrásos, gyors, összefésülő rendezések, alsó becslés rendezésnél az összehasonlítások számára, ládarendezés, radix rendezés. Bináris fa bejárások, bináris keresőfák, {piros-fekete-fák, 2-3-fák. Vödrös hashelés, nyitott címzésű hashelés.}

2. Gráfalgoritmusok

Szélességi és mélységi bejárás (BFS és DFS), DAG. Dijkstra, Ford és Floyd algoritmusai. Minimális költségű feszítőfák fogalma, mohó algoritmus, Kruskal tétele. Páros gráfok fogalma, párosítás páros gráfban, Hall és Frobenius tétel, alternálóutas algoritmus. Hálózati folyamok, Ford-Fulkerson-tétel, javítóutas algoritmus.

3. Gráfok színezései, síkgráfok

Gráfok színezése, kromatikus szám, klikkszám, alsó és felső korlátok a kromatikus számra. Élgráfok, élkromatikus szám, Vizing tétel, Kőnig tétel. Síkgráfok, Euler-formula, négyszíntétel, topologikus izomorfia, Kuratowski tétel, Fáry-Wagner-tétel. Feltételek Hamilton-körök létezésére.

4. Az NP fogalma, nevezetes NP-beli feladatok. NP-teljesség

Az NP nyelvostály, Karp-redukció, NP-teljesség, Cook-Levin-tétel, nevezetes NP-teljes nyelvek: 3SAT, HAM, 3SZÍN, MAXKLIKK, MAXFTL, RH, PARTÍCIÓ.

VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS

1. Valószínűségszámítás alapjai

Valószínűségi mező, valószínűség axiómái, szita formula. Felételes valószínűség, Bayes tétel, függetlenség. Diszkrét és folytonos valószínűségi változók, eloszlásfüggvény, súlyfüggvény, sűrűségfüggvény, várható érték, szórás. Nevezetes eloszlások: binomiális, geometriai, Poisson, egyenletes, exponenciális, normális. De Moivre - Laplace tétel.

2. Együttes eloszlások, nagy számok törvénye és centrális határeloszlástétel

Együttes eloszlások, peremeloszlások és feltételes eloszlások. Feltételes várható érték. Függetlenség, kovariancia és korreláció. Többdimenziós normális eloszlás. Független valószínűségi változók összegei, konvolúció. Markov és Csebisev egyenlőtlenség, Nagy Számok Gyenge Törvénye. Centrális Határeloszlástétel és alkalmazásai.

* A kapcsos zárójelbe tett anyagrészek nem minden évben szerepeltek a tananyagban.

2. Szóbeli specializációs vizsga [ZVETE90AMSPEC_EN] választható tárgyai

Bevezetés az adattudományba 1

- attribútumok típusai
 - o pl. I./1.
- hasonlóságok, távolságok (Minkowski-távolságok, Mahalanobis-távolság, egyszerű egyezőségi együttható (SMC), Jaccard-együttható, koszinusz távolság, dinamikus idővetemítés (DTW)
 - o pl. I./2.,3.,4.,5.,6.,7.
- döntési fa felépítése, működése (félreosztályozási hiba, Gini-index, entrópia alapján)
 - o pl. II./2., 3., 5., III./4.
- osztályozás kiértékelése, teljesítménymutatók (precision, recall, F-mérték, ROC, AUC)
 - o pl. II./3.,4.,5.
- naiv Bayes-módszer (Laplace-bebecslés, m-bebecslés)
 - o pl. II./6.
- osztályozó algoritmusok (kNN, döntési fa, naiv Bayes) működésének bemutatása és teljesítményének értékelése vizuálisan megadott kis mintaadoatokon
 - o pl. II./7., 8.
- számolás Bayes-hálóval, feltételes függetlenség
 - o pl. III./1.
- lineáris regresszió
 - o pl. III./2.
- gradiens módszer, sztochasztikus gradiens módszer
 - o pl. III./2.
- perceptron működése, neurális hálók felépítése
 - o pl. III./3., 6., 8.

- lineáris szeparálhatóság, maximális margó elve
o pl. III./5., 7.
- asszociációs szabályok (támogatottság, megbízhatóság, lift mutató, apriori algoritmus, maximális, zárt elemhalmazok)
o pl. IV./1.
- k-közép klaszterező működése
o pl. IV./2.,4.,6.
- hierarchikus klaszterező működése (MIN, MAX távolság)
o IV./4.,5.
- klaszterező algoritmusok (hierarchikus klaszterező (MIN, ill. MAX távolság esetén), k-közép, Gauss-keverékmódel, DBSCAN) működésének bemutatása és teljesítményének értékelése vizuálisan megadott kis mintaadatakon
o pl. IV./7.
- ajánlórendszer rejtett faktormódellemel
o pl. IV./3.
- PageRank algoritmus működése
o pl. IV./8.,9.,10.

Operations research

1. Linear algebra (pivot tableau, elementary row operations, Gauss-Jordan elimination, generating system, linearly independent, Steinitz theorem, basis, matrix rank, system of linear equalities, Orthogonality theorem, Rouche-Kronecker-Capelli lemma)
2. Geometry of linear systems (hyperplane, halfspace, polyhedron, convex set, supporting hyperplane, face, vertex, edge, extremal point, bounding hyperplane, equivalent definitions of extremal point, convex hull, polytope, Krein-Milman theorem, cone, ray, Minkowski-Weyl theorem)
3. Separation and Farkas' lemma (separation, closest point, obtuse angle criterion, separating hyperplane theorem, Farkas' lemma, alternative theorems)
4. Introduction of linear programming (standard, canonical form, solution, feasible solution, optimal solution, basis, basic solution, basic solutions and extremal solutions, adjacent vertices)

5. Simplex algorithm (pivoting, reduced cost, unbounded ray, the algorithm, terminal tableaux, finding an initial feasible solution, Trichotomy theorem)
6. Degeneracy and cycling (index selection rules, complexity of the simplex algorithm)
7. Revised simplex algorithm, sensitivity analysis
8. Duality (dual problem, dual feasible basis, shadow price, Weak duality theorem, Strong duality theorem)
9. Network flow problem (special problems, Ford-Fulkerson algorithm, Dijkstra algorithm, Prim algorithm, connection between the linear programming model and the graph, Network simplex algorithm)
10. Transportation problem (finding feasible solution – North-West corner method, Least cost method, Vogel's method; finding optimal solution – MODI algorithm)
11. Assignment problem (König's theorem, Hungarian method, Critical path method)
12. Integer programming I (different type of problems, modelling logical constraints, continuous relaxation, Gomory cut, dual simplex algorithm)
13. Integer programming II (branch and bound technique, solving knapsack problem: branch and bound method, dynamic programming)

Algebra 2

1. Definition of the field, skew-field. The characteristic, characterization of the characteristic. The prime field. Characterization of the prime field with proof. Subfield, field extension. The degree of the field extensions, the degree theorem. Connections among the finite extension, simple extension and algebraic extension.
2. Polynomials over fields: basic operations, roots of a polynomial, the quotient-remainder theorem. Algebraic and transcendental elements. Minimal polynomial and its properties. Algebraic numbers, algebraic integers. Algebraic closure, algebraically closed fields.
3. Finite fields. Primitive elements, Fermat's little theorem. Number of elements of finite fields. Existence and uniqueness of finite fields. Subfields of a finite field. Frobenius automorphism, automorphisms of finite fields. Construction of finite fields.
4. Splitting field. Criterion to test if a polynomial has multiple roots. Normal extensions. Characterization of normality in terms of splitting field. Separable

extension. Galois extension, Galois group. Fundamental theorem of Galois theory. Galois group of a finite field.

5. Cyclotomic extension, cyclotomic polynomial. Theorem about the construction of regular n -gon. Theorem about the construction by ruler and compass. Examples: angle trisection, duplicate the cube and squaring the circle. Normal, subnormal and composition series. Theorem of Jordan and Hölder. Solvable groups. Solvability by radicals. Criterion for the solvability by radicals.
6. Modules. Definition of the modules and algebras. Basic properties, examples. Submodules. Morphisms. Diagrams, exact sequences. The four lemma and the five lemma. First, second and third isomorphism theorems for modules.
7. Tensor product of modules, examples. The universal property. The properties of the tensor product. Tensor product and exactness.
8. Definition of the representation, examples. Group algebra. Irreducible representations, the theorem of Maschke. Schur-lemma. Artin-Wedderburn theorem.

Functional analysis 1

1. Metric spaces. Compact set, sequentially compact set, totally bounded set. Relative compact set. Arzela-Ascoli theorem.
2. Normed spaces, Banach spaces. Series in normed spaces. Finite dimensional normed spaces.
3. Linear operators on normed spaces. Boundedness and continuity. The normed space of bounded linear operators.
4. Baire's theorem. The principle of uniform boundedness. Banach-Steinhaus theorems.
5. The open mapping theorem, Banach's theorem on the bounded inverse, closed graph theorem.
6. Linear functionals and dual spaces. Hahn-Banach extension theorems, Hahn-Banach separation theorems. Reflexivity.
7. Weak convergence, weak $*$ -convergence. Banach-Alaoglu theorem. theorem.
8. Compact operators, Schauder's theorem.
9. The spectrum of a bounded linear operator. Neumann series, the resolvent. The spectral radius formula. The spectrum of a compact operator.
10. Inner product spaces. Projection theorem. Orthonormal bases. Riesz-Fischer theorem.
11. Riesz's representation theorem, the Hilbert space adjoint of a bounded linear operator.
12. The spectral theorem for normal compact operators.

Convex Geometry

Affine geometry and convex combinations

Affine and convex sets, affine dependence and independence, affine and convex combinations, affine hull and its properties, convex hull and its properties

Theorems of Radon, Carathéodory and Helly

Theorems of Radon, Carathéodory and Helly, their applications and variants: colorful Carathéodory theorem, Jung's theorem, etc. Linear functionals, their connection with scalar product and hyperplanes.

Minkowski sum, separation

Minkowski addition and its properties. Support function. Isolation and separation, isolation theorem for open convex and arbitrary convex sets, separation theorems.

Extremal and exposed points

Extremal and exposed points, connection between extremal points and linear functionals, Krein-Milman Theorem. Straszewicz Theorem. Faces of convex sets.

Indicator function of convex bodies, Euler characteristic

Indicator function of closed, convex sets and its properties. Algebras of closed/compact convex sets, valuations, Euler characteristic and its properties. Convex polytopes, polyhedral sets and their connections. Face structure of polytopes. The f-vector of polytopes. Euler's theorem.

Polarity

Polarity and its properties. Polar of a polytope. Dual polytope and its properties.

Moment curve, cyclic polytopes

Moment curve, cyclic polytopes. Face structure of cyclic polytopes. Gale's evenness condition.

Applications.

Hausdorff and Banach-Mazur distance

Family of convex bodies as a metric space. Hausdorff distance of sets. Affine transformations and their properties. Banach-Mazur distance and its properties.

Ellipsoids

Ellipsoid as an affine ball. Intersection and projection of ellipsoids. John and Löwner ellipsoids.

Their application to estimate the Banach-Mazur distance of convex bodies. Isotropic position.

Applied numerical methods with Matlab

Students must know the construction of the methods, the statements and definitions related to them and should also be able to solve short problems. Proofs of the theorems are not required.

1. Basic concepts of numerical analysis: Vector and matrix norms, relations between the norms and the spectral radius, floating point numbers, convergence order of sequences.
2. Direct solution methods of linear systems of equations: Gaussian elimination, LU decomposition, condition number of matrices, estimate for the relative change of the solution. Cholesky factorization.
3. Iterative methods of linear systems: Jacobi and Gauss-Seidel iterations, relaxation, convergence of the iteration, error estimation with Banach's fixed point theorem.
4. QR decomposition: Givens rotations and Householder reflections, QR decomposition, solution of over-determined systems.
5. Eigenvalue problems: Gershgorin's theorem, power method, inverse iteration, QR iteration.
6. Solution of nonlinear equations: bisection method, Newton method, fixed point iteration.
7. Interpolation with polynomials: Lagrange and Newton interpolation formulas, interpolation error.
8. Numerical differentiation: forward, backward, and centered formulas, convergence order, Richardson's extrapolation.
9. Numerical integration: Newton-Cotes formulas and their usage, Gaussian quadrature. Convergence and exactness order.
10. Numerical solution of ordinary differential equations I: Euler methods, Crank-Nicolson method, Runge-Kutta methods.
11. Numerical solution of ordinary differential equations II: Basic terms of onestep methods, stability, consistency, convergence, stiff problems. Numerical solution of boundary value problems: the shooting method.

A szóbeli vizsgán feladatmegoldásra is sor kerülhet. Gyakorló feladatsort a https://math.bme.hu/~zv/angol_bsc/ honlapon talál.

Stochastic processes

1. Discrete time Markov chains, examples, stationary distribution, Chapman–Kolmogorov equation, classification of states, irreducibility, periodicity, recurrence, transience
2. Irreducible and primitive matrices, Perron–Frobenius theorem and its application to Markov chains, convergence theorems, exit distribution and mean exit time by one step argument
3. Detailed balance, reversible Markov chains, simple random walk on graphs, time reversal, stationary distribution in birth and death chains
4. Recurrent and transient states, expected number of visits, simple random walk on $\mathbb{Z}$, branching processes
5. Poisson process, interarrival times, thinning and superposition of Poisson processes, continuous time Markov chains, infinitesimal generator
6. Kolmogorov’s forward and backward equations, stationary distribution, irreducibility and convergence
7. Stationary distribution of birth and death chains, detailed balance, M/M/s queues, exit distribution and expected time of exit
8. Conditional expectation, properties, martingales, definition, examples
9. Betting strategies, stopping times, stopped martingale, optional stopping theorem and its application to gambler’s ruin
10. Convergence theorem for martingales, Pólya’s urn, Wald’s equality
11. Multivariate normal distribution, Brownian motion, definition, construction and properties

A szóbeli vizsgán feladatmegoldásra is sor kerülhet. Gyakorló feladatsort a https://math.bme.hu/~zv/angol_bsc/ honlapon talál.

A modern valószínűesszámítás eszközei

Témakörök

Kombinatorika: Generátorfüggvény-módszer. Stirling formula, Euler Gamma-függvény.

Topológia: Konvergencia metrikus téren és topológikus téren. Kompaktság. Szorzattér, szorzat-topológia, Tyihonov tétel. Lineáris algebra: Belső szorzatterek, Ca-uchy-Schwarz egyenlőtlenség. Mátrixok hatványozása, analitikus mátrix-kalkulus. (Alkalmazás: Markov átmenetvalószínűségek.)

Függvénytranszformációk: Laplace-transzformáció. Fourier-sorfejtés, Fourier-transzformáció, diszkrét Fourier-transzformáció. (Alkalmazás: karakterisztikus függvény.) Legendre transzformáció.

Mértékelmélet: Integrálás és deriválás felcserélhetősége. Egyenletes konvergencia és folytonosság. (Alkalmazás: karakterisztikus függvény differenciálhatósága.) Jensen-egyenlőtlenség. Abszolút folytonosság, Radon-Nikodym tétel. (Alkalmazás: feltételes várható érték.) Mértékek előretoltja, helyettesítéses integrál. (Alkalmazás: Valószínűségi változók eloszlása, eloszlások várható értéke.) Szorzattér, szorzatmérték. Fubini tétel. (Alkalmazás: függetlenség.) Mértékek dekompozíciója, feltételes mérték, faktormérték.

Komplex függvénytan: Reziduum -tétel, Laurent sorfejtés. (Alkalmazás: konvolúciók és karakterisztikus függvények számolása.) Analitikus kiterjesztés, Vitali tétel.

Funkcionálanalízis: Korlátos operátorok spektruma, rezolvens, spektrálsugár. Hahn-Banach tétel. C^k terek, Arzela-Ascoli tétel. Folytonos lineáris funkcionálok, Riesz-Markov tétel. Duális terek, gyenge csillag topológia, fessesség. Fourier-transzformáció még egyszer, Riesz-Fischer tétel.

A szóbeli vizsgán feladatmegoldásra is sor kerülhet. Gyakorló feladatsort a https://math.bme.hu/~zv/angol_bsc/ honlapon talál.

Valószínűségszámítás 2

Témakörök

Diszkrét és abszolút folytonos konvolúció. Gamma eloszlás, Poisson folyamat. Alkalmazások. Generátorfüggvény. Alkalmazások: Galton-Watson folyamat, bolyongás elérési ideje, rekurrencia/tranziencia.

Markov- és Csebisev-egyenlőtlenség. Nagy számok gyenge törvénye. Alkalmazások. Borel-Cantelli lemma. Nagy számok erős törvénye negyedik momentummal. Kolmogorov egyenlőtlenség. Kolmogorov három-sor-tétel.

Nagy számok erős törvénye, első momentummal.

Chernoff-Hoeffding korlát, Bernstein-egyenlőtlenség. Nagy eltérések: Kramer-tétel.

Karakterisztikus függvény. Alaptulajdonságok. Momentum-probléma. Regularitás. Inverzió. Valószínűségi eloszlások gyenge konvergenciája. Feszesség, Helly-Prohorov-tétel.

Lévy-féle folytonossági tétel.

Centrális határeloszlás-tétel.

Combinatorics and Graph Theory 2 Topics

1. **Perfect graphs**, examples for perfect and not perfect graph families, Lovász' (weak) Perfect Graph Theorem, the Strong Perfect Graph Theorem.
2. **Partially ordered sets (posets)**, chain, antichain, partition into chains and antichains, comparability graphs. Theorems of Mirsky and Dilworth, connection with perfect graphs.
3. **Planar graphs**, plane graphs, graph drawings on the sphere, connection with planarity. Euler's formula, maximum number of edges in a simple planar graph, examples for non-planar graphs, Kuratowski's theorem.
4. **Dual of planar graphs** (geometric dual), properties of the geometric duals, bonds, connection of bonds and cycles in G and the dual of G . Abstract duality, weak isomorphism, Whitney's theorems.
5. **List coloring**, choosability of a graph ($ch(G)$), connection with the chromatic number and the maximum degree. Choosability of planar graphs (Thomassen's theorem and its sharpness).
6. **Ramsey theory**: Ramsey-numbers, Erdős-Szekeres upper bound (recursive and explicit), Erdős' unconstructive lower bound for $R(k, k)$. Generalized Ramsey numbers: multicolor Ramsey numbers, Ramsey numbers of general graphs ($R(G, H)$). Ramsey type results: Schur's Theorem, Van der Waerden's Theorem.
7. **Extremal graph theory**: $ex(n; H)$, Turán graphs, Turán's theorem about $ex(n, K_r)$. Erdős-Stone(-Simonovits) theorem (the Fundamental Theorem of Extremal Graph Theory). Upper bound for $ex(n; C_4)$, construction of C_4 -free graphs with many edges from finite projective planes.
8. **Extremal set systems (hypergraphs)**: Sperner's Theorem, Erdős-Ko-Rado Theorem, Fisher's Inequality. The dual of a hypergraph, Erdős-De Bruijn Theorem.
9. **Catalan numbers, generating functions**: Combinatorial definition, recurrence relation, explicit formula. Generating function of Catalan numbers.

List of topics for Introduction to Quantum Information Theory

1. **The general probabilistic framework of a physical system**; state space and measurements, the “no restriction” principle. Joint measurements. The classical and the quantum case; states as density operators, measurements as “partitions of unities” (or “positive operator valued measures”).
2. **Perfect distinguishability of states**, the concept of n -level quantum systems and their classical informational capacity; game 1.
3. **State discrimination**, binary hypothesis testing; type I and II errors, the maximum chance of guessing the state correctly (the homework problem). Game 2 and its comparison with game 1; “the moral of the story”.
4. **Bipartite systems**: general description using tensorial products, partial states, marginals and partial traces, independence and product states, measurements on parts, entanglement.
5. **Classical vs. quantum pre-arrangement**; pseudo telepathy (game 3). Quantum coloring of graphs.
6. **Non-signalling oracles**, classical and quantum realisations, Bell and Tsirelson inequalities, Gisin’s theorem, Werner states.
7. **Physical operations** as convex combination preserving maps from $\mathcal{S}_1^+(\mathcal{H})$ to $\mathcal{S}_1^+(\mathcal{H})$, the no-cloning theorem and its consequences, complete positivity, reversible physical operations as unitaries.
8. **Dense-coding**: the discussed protocol, why is it strange, its relation to entanglement, quantum-teleportation and to secret sharing.

MATHEMATICAL LOGIC

- (1) Syntax and semantics of propositional logic (formulas, models, truth in models, satisfiability, validity, consequence. . .)
- (2) Normal forms (CNF, DNF); conversion to normal forms
- (3) Horn formulas
- (4) Compactness (with application)
- (5) Proof theory of propositional logic (Hilbert style calculus, resolution)
- (6) Syntax and semantics of first order logic (terms, formulas, models, evaluations, truth in models, satisfiability, validity, consequence. . .)
- (7) Free and bound variables, problems with substitutions
- (8) Some important valid (and invalid) formulas
- (9) Translations of mathematical concepts and statements to first order logic
- (10) Syntax and semantics of propositional modal logic (formulas, models, frames, truth in models, ...)

Matrix Analysis

1. Finite-dimensional Hilbert spaces, Dirac formalism, bra and ket vectors. Trace and the Hilbert-Schmidt inner product.
2. Special operators, spectral decomposition, functional calculus. Generators of $B(H)$, self-adjoint subalgebras. Quantum states and measurements, Born rule.
3. Absolute value, partial isometries, polar decomposition, singular values.
4. Positive semi-definite order, minimum and maximum of self-adjoint operators. Trace minimum and maximum, optimal success and error probabilities of quantum state discrimination, max-relative entropy radius and center. Binary case, operational interpretation of the trace norm distance.
5. Perspective function, classical f-divergences, convexity and monotonicity, variational distance, classical relative entropy and Rényi divergences.
6. Monotonicity, convexity, and subadditivity of trace functions; Courant-Weyl-Fischer minimax theorem, Jensen inequality with operator weights. Neumann entropy, quantum Rényi entropies.
7. Operator convex and operator monotone functions, basic examples, special integral representations.
8. Tensor product of Hilbert spaces and operators. Asymptotic binary i.i.d. state discrimination problem, Audenaert's inequality, attainability parts of the Stein, Chernoff and Hoeffding error exponents. Petz-type Rényi divergences, Umegaki relative entropy.
9. Positive semi-definite block operators, Schur complement. Absolutely continuous part. Inequalities for positive and 2-positive super-operators.
10. Operator perspective function, Kubo-Ando means, Petz-type and maximal quantum f-divergences, quantum Rényi divergences and relative entropies.
11. Operator Jensen inequality, joint convexity/concavity of Kubo-Ando means and f-divergences.
12. Discrete Weyl operators, partial trace via twirling. Completely positive maps in Kraus form, Stinespring dilation. Monotonicity of the Petz-type and the maximal f-divergences under CPTP maps.
13. First and second derivatives of operator functions, characterization of operator monotonicity and convexity via derivatives.

Number Theory Final Exam topics

1. Order, primitive roots, quadratic residues

Order, primitive roots and discrete logarithm. Quadratic residues, Legendre and Jacobi symbol. Quadratic reciprocity. Cryptographic applications (the RSA algorithm).

2. Primes and their distribution

Riemann's zeta function. Prime Number Theorem, asymptotic for the n th prime. Dirichlet theorem. There is an arbitrary large gap between consecutive primes. Bertrand postulate/Chebyshev's theorem. Sum of reciprocals of primes and twin primes.

3. Gaussian integers and unique factorization

Divisors, units, primes and irreducibles in a domain. Gcd and Euclidean algorithm. Unique factorization. Characterization of Gaussian primes. Euclidean domains.

4. Diophantine equations

Parametrization of the Pythagorean triples. Fermat's last theorem in general and the case for the exponent 3 or 4. Representation of integers as sum of squares: theorems on sums of 2, 3 and 4 squares.

5. Combinatorial number theory

Schur's theorem. The van der Waerden theorem. The theorem of Szemerédi on arithmetic progressions. The Chevalley-Warning theorem. The Erdős–Ginzburg–Ziv theorem.

Íme a parciális differenciálegyenletek (PDE 1) vizsgatémakörök tiszta, jól strukturált és könnyen másolható változata, a matematikai jelölések (Ω , $\mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}^n$, H^k , stb.) precíz helyreállításával:

Partial Differential Equations 1

Final exam questions for BSc students

1. **Basics.** Definition of a PDE, well-posedness. Second-order linear PDEs, their classification, examples: Poisson equation, heat equation, wave equation.
2. **Definition of distributions.** The set $\mathcal{D}(\Omega)$, definition of a distribution (using the sequential continuity and the boundedness properties, their connection). Regular distribution, Dirac-delta.
3. **Derivative of distributions.** The value of $T_{\{\partial^\alpha f\}}$, the derivative of a general distribution. The derivative of a regular distribution corresponding to a one-variable piecewise smooth function.
4. **Convolution of distributions.** The value of $T_{\{f \otimes g\}}$, the direct product of distributions. The value of $T_{\{f * g\}}$, the convolution of distributions. Commutativity, associativity.

5. **Fundamental solutions.** Definition of a fundamental solution, its connection to the solution of a linear PDE. The application of this statement in the case of the wave equation.
6. **Wave equation.** Classical solution of the wave equation (defined on $(t, x) \in \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}^n$). General (weak) solutions of this equation (in the distributional sense). The connection between the classical and the weak solutions. Properties: number of classical solutions, speed of the wave propagation.
7. **Heat equation.** Classical solution of the heat equation (defined on $(t, x) \in \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}^n$). General (weak) solutions of this equation (in the distributional sense). The connection between the classical and the weak solutions. Properties: number of classical solutions, speed of the heat propagation.
8. **Boundary-value problems (BVPs).** Classical first, second, and third-type BVPs. Theorem about the number of solutions.
9. **Eigenvalue problems.** Eigenvalue problems (first, second, third type). Theorem about operator L and its eigenvalues and eigenfunctions. The method of Fourier.
10. **Sobolev spaces.** Definitions of $H^k(\Omega)$ and $H_0^k(\Omega)$ (completion, general derivatives, their connections). Equivalent norms of $H_0^1(\Omega)$.
11. **Weak solutions of BVPs.** Weak form of BVPs. Connection between the classical and weak forms of BVPs. Theorem about the solution of a weak BVP, connection to the classical BVP.

Questions of Physics 1 For Mathematics Students

1. Speed of light, Michelson_Morley experiment, Ether
2. Einstein's Postulations, Lorentz Transformation,
3. Time Dilatation, Length Contracction, Velocity Transformation
4. Relativistic Momentum, Relativistic Energy, Energy in function of Momentum and Mass
5. Black body radiation. Photoelectric effect, de Brodlie wave,
6. Time independent Schödinger eq. 1D and 3D, Probability of finding
7. Harmonic linear oscillator, Energy spectrum, Step potential,
8. H atom
9. Stern-Gerlach experiment, Pauli law, Periodic table
10. Band structure, Conductor, insulator and semiconductor
11. Different applications of semiconductors

A szóbeli vizsgán feladatmegoldásra is sor kerülhet. Gyakorló feladatsort a https://math.bme.hu/~zv/angol_bsc/ honlapon talál.

2.6. Munkaerőpiaci kapcsolódások

A képzés a következő – az ESCO³ kategorizálás szerint megadott – munkaerőpiaci kompetenciák fejlesztését szolgálja:

Rövid ESCO kompetencia megnevezés	ESCO kompetencia részletes leírása
Matematikai információkat értelmez	Bizonyosságot tesz a matematikai fogalmak és kifejezések megértéséről, valamint az adatok és tények értelmezésére vonatkozó alapvető matematikai elvek és folyamatok alkalmazásáról.
Analitikus matematikai számításokat végez	Matematikai módszereket és számítási technológiákat alkalmaz az elemzések elvégzése és konkrét problémák megoldásának kidolgozása érdekében.
Információkat a matematika eszközeivel fejez ki	Matematikai szimbólumokat, nyelvet és eszközöket alkalmaz az információk, ötletek és folyamatok bemutatására.
Képes az analitikus gondolkodásra	A logika és az érvelés mentén gondolkodik, hogy azonosítsa az alternatív megoldások, következtetések vagy megközelítések erősségeit és gyengeségeit.
Logikus érvelést alkalmaz	Kognitív képességeket használ a döntések meghozatalára és arra, hogy logikusan eljusson az egyik ötlettől a másikig.
Elvontan gondolkodik	Demonstrálja, hogy képes fogalmakat használni, általánosítani és megérteni, és azokat más tárgyakkal, eseményekkel vagy tapasztalatokkal összefüggésbe hozni vagy összekapcsolni
A mennyiségek közti összefüggéseket tanulmányozza	Számokat és szimbólumokat használ a mennyiségek, a terjedelmek és a formák közötti kapcsolat kutatása érdekében.
Matematikai modellezés	A valós világ egy problémájának matematikai ábrázolása, például egyenletek felállításával, hogy betekintést nyújtson, új jellemzőket fedezzen fel a problémás forrástól könyvvvel kapcsolatban, jobban megértse az eredeti problémát, vagy előrejelzéseket tegyen rá vonatkozóan.
Szintetizálja az információkat	Kritikusan olvassa, értelmezi és összefoglalja a különböző forrásokból származó új és összetett információkat.
Statisztikai elemzési módszereket alkalmaz	Modelleket (leíró vagy következtetési statisztikák) és technikákat (adattárházakat vagy gépi tanulás) használ statisztikai elemzéshez, valamint IKT-eszközöket az

³ Az ESCO adatbázis elérhetősége: https://esco.ec.europa.eu/hu/classification/skill_main

Rövid ESCO kompetencia megnevezés	ESCO kompetencia részletes leírása
	adatok elemzéséhez, a korrelációk feltárásához és a trendek előrejelzéséhez.
Tudományos módszereket alkalmaz	Új ismeretek megszerzése vagy a korábbi ismeretek helyesbítése és integrálása révén tudományos módszerek és technikák alkalmazása jelenségek kivizsgálására.
Megoldást talál a problémákra	Megoldja a tervezés, a prioritások meghatározása, a szervezés, az intézkedés irányítása/elősegítése és a teljesítmény értékelése során felmerülő problémákat. Szisztematikus információgyűjtési, -elemzési és -összegzési folyamatokat alkalmaz a jelenlegi gyakorlat értékelésére és a gyakorlattal kapcsolatos új értelmezések kialakítására.
Kvantitatív kutatást végez	Statisztikai, matematikai vagy számítási technikák révén megfigyelhető jelenségek szisztematikus empirikus vizsgálata.
Alkalmazza a kutatási etika és a tudományos integritás elveit a kutatási tevékenységek során.	Alkalmazza a tudományos kutatásra az alapvető etikai elveket és jogszabályokat, beleértve a kutatási integritás kérdéseit is. Kutatásokat végez, felülvizsgálja azokat vagy jelentést készít róluk, elkerülve az olyan szabálytalanságokat, mint a hamisítás és a plágium.
Együttműködik másokkal	Másokkal való együttműködés, mások szerepeinek és kompetenciáinak megértése és tiszteletben tartása
Együttműködik a munkatársakkal	Együttműködik munkatársaival a műveletek eredményes végrehajtása érdekében.
Kreatívan gondolkodik	Új elképzeléseket alakít ki vagy a meglévőket egyesíti újszerű megoldások kidolgozása érdekében.
Tájékoztatást nyújt a tudományos eredményekről	Nyilvánosságra hozza a legújabb eredményeket és lelkesít a tudomány iránt, általános ismeretterjesztést végez, növeli a tudomány megbecsülését és megértését, elősegíti a tudományos eredmények felhasználását a véleményformálásban
Idegen nyelveket beszél	Idegen nyelveket sajátít el annak érdekében, hogy egy vagy több idegen nyelven kommunikálhasson.

2.7. Specializálódás a képzés során

Ezen képzés esetében nem releváns, illetve nem alkalmazható, mert nincsenek specializációk.

2.8. A mesterképzési szak sajátosságai

Nem releváns.

3. Kompetenciamérések

A kompetenciamérések célja, hogy a hallgatók fejlődését nyomon lehessen követni a képzés teljes időtartama alatt. Ennek érdekében három fő mérési pont különíthető el:

- **Bemeneti (entry-level):** a képzés megkezdésekor, a meglévő előismeretek és kompetenciák azonosítására;
- **Közbenső (mid-term):** a képzés során meghatározott időpontban, az előrehaladás ellenőrzésére;
- **Kimeneti (exit-level):** a képzés végén, a tanulási eredmények teljesülésének igazolására.

1. Tudás

Mérési pont	Mérendő példakompetenciák
Entry-level	A középiskolai matematika biztos ismerete. Biztos műveleti készség, egyenletrendszerek, trigonometria, alapvető függvények, geometriai fogalmak ismerete. Logikus gondolkodás.
Mid-term	Alapvető elméleti összefüggések ismerete és alkalmazása matematikai feladatok megoldására az analízis, algebra, diszkrét matematika és geometria területén.
Exit-level	Matematikai problémák értelmezése, különböző elméleti ismeretek integrált alkalmazása összetett problémák vizsgálatában.

2. Képesség

Mérési pont	Mérendő példakompetenciák
Entry-level	Szövegtértés. Analitikus készség: összetett logikai összefüggések felismerése és a problémák részekre bontásának képessége. A matematikai nyelv és szimbólumrendszer pontos, fegyelmezett használata a feladatmegoldás során. Komputációs és digitális készségek.
Mid-term	Modellezés: valós, gyakorlati problémák lefordítása a matematika nyelvére (pl. fizikai vagy gazdasági folyamatok esetén). Algoritmikus gondolkodás: problémamegoldó folyamatok lépésekre bontása és azok számítógépes megvalósítása. Kritikus gondolkodás: a kapott eredmények és a bizonyítások lépéseinek logikai ellenőrzése, a hibák önálló kiszűrése.
Exit-level	Önálló feladatmegoldás. Új, ismeretlen matematikai problémák önálló, szakirodalom feldolgozásával történő megközelítése. Egymástól távoli matematikai területek közötti strukturális hasonlóságok felismerése és összekapcsolása. Bonyolult matematikai gondolatok világos, érthető átadása.

3. Attitűd

Mérési pont	Mérendő példakompetenciák
Entry-level	Tanulási motiváció, nyitottság a matematikai ismeretek és alkalmazásai iránt, precízióra való törekvés.
Mid-term	Kritikai gondolkodás, belső késztetés a tananyagon túli, önálló információszerzésre. Együttműködés csoportmunkában.
Exit-level	Felelős szakmai hozzáállás, a tudományos munka etikai normáinak betartása, nyitottság az interdiszciplináris csapatmunkára. Elkötelezettség a tudományos igényű problémamegoldás iránt.

4. Autonómia és felelősség

Mérési pont	Mérendő példakompetenciák
Entry-level	Alapvető tanulásszervezési képességek és időgazdálkodás. Képesség a megadott segédanyagok és példatárak önálló feldolgozására. A saját tudáshiány felismerése és jelzése.
Mid-term	Önálló tanulás, felelősségvállalás csoportos feladatokban és projektekben. Önkorrekciónak képessége.

<i>Exit-level</i>	<i>A szakdolgozati téma önálló, a konzulensi vezetéssel történő kidolgozása, szakirodalom precíz feldolgozása és hivatkozása, az adatok objektív, manipulációmentes kezelése. Felelős döntéshozatal szakmai helyzetekben, kutatási feladatok önálló végrehajtása.</i>
-------------------	---

Módszertani javaslat

<i>Alvétel pont</i>	<i>Javasolt módszertan</i>
<i>Entry-level</i>	<i>Belépéskor megírt komplex szintfelmérő. Diagnosztikus tesztek, rövid felmérések, önértékelő kérdőív.</i>
<i>Mid-term</i>	<i>Házi feladatok, projektmunka és önálló kutatási feladat. Kiscsoportos problémamegoldás és szóbeli prezentációk.</i>
<i>Exit-level</i>	<i>Szakdolgozat, komplex gyakorlati feladatok, és a záróvizsga keretében történő értékelés.</i>

3.1. Bemeneti kompetenciamérés

1. a bemeneti kompetenciamérés célja: az alaptárgyakhoz szükséges tudáselemek meglétének ellenőrzése, a tudásszintek megállapítása matematikából és fizikából. A bemeneti mérés része továbbá a szövegértési képesség felmérése. A mérés eredményei visszajelzést adnak a hallgatók felkészültségéről, és segítik az oktatókat a képzés során szükséges esetleges felzárkóztató vagy támogató tevékenységek meghatározásában.
2. a bemeneti kompetenciamérés időpontja: a képzés megkezdésekor.
3. a mérésre kerülő kompetenciák leírása: A középiskolai matematika és fizika tantárgyak törzsanyaga által lefedett kompetenciák, szövegértés, alapvető problémamegoldó képesség, digitális készségek, tanulási motiváció, nyitottság az új ismeretekre, valamint alapvető tanulásszervezési és időgazdálkodási készségek.
4. a kompetenciamérés módszertana: diagnosztikus teszt és rövid kérdőív

3.2. Közbenső kompetenciamérés(ek)

1. a közbenső kompetenciamérés(ek) célja(i): a tanulási folyamat során a hallgatók szakmai fejlődésének, készségfejlődésének és ismeretszintjének nyomon követése és visszacsatolása, továbbá a tantárgyi fejlesztési és korrekciós igények azonosítása a hallgatói visszajelzések alapján.
2. a közbenső kompetenciamérés(ek) időpontja(i): a képzés folyamán, az egyes tantárgyakhoz és képzési szakaszokhoz kapcsolódva.
3. a mérésre kerülő kompetenciák leírása: a tanult elméleti és gyakorlati ismeretek alkalmazása matematikai feladatok megoldásában, kritikai gondolkodás, algoritmikus gondolkodás, együttműködési készség, önálló tanulás és csoportos feladatokban való részvétel.
4. a kompetenciamérés módszertana: projektfeladat, írásbeli beszámoló és/vagy szóbeli prezentáció.

3.3. *Kimeneti kompetenciamérés*

1. a kimeneti kompetenciamérés célja: annak vizsgálata, hogy a hallgató elérte-e a képzési és kimeneti követelményekben (KKK) meghatározott tudás-, képesség-, attitűd- és autonómia kompetenciákat, valamint a képzés során megszerzett szakmai ismeretek integrált alkalmazásának értékelése.
2. a kimeneti kompetenciamérés időpontja: a képzés végén, a záróvizsga időszakában a záróvizsgát megelőzően.
3. a mérésre kerülő kompetenciák leírása: matematikai problémák értelmezése, különböző elméleti ismeretek integrált alkalmazása összetett problémák vizsgálatában, önálló feladatmegoldás, kutatási tevékenység dokumentálása, bonyolult matematikai gondolatok világos, érthető átadása, valamint felelős szakmai hozzáállás.
4. a kompetenciamérés módszertana projektfeladat, írásbeli beszámoló és/vagy szóbeli prezentáció.

4. Mobilitási ablak

4.1. A mobilitási ablak féléve vagy félévei

A képzési program a hallgatói nemzetközi mobilitás támogatása érdekében mobilitási ablakot biztosít, amely olyan félév vagy félévek kijelölését jelenti, ahol a hallgatók külföldi részképzésben vehetnek részt úgy, hogy ez nem eredményez tanulmányi időhosszabbítást és nem okoz elmaradást a mintatantervhez képest.

A mobilitási ablak féléve: 6. félév

4.2. A mobilitási ablakban teljesített tantárgyak elismerése

a) Elismerhető bármely olyan, a mobilitási ablak félévében külföldön teljesített tárgy, amelynek tanulási eredményei legalább ötven százalékban megegyeznek a mobilitási félév valamely kötelező vagy kötelezően választható tárgyának tanulási eredményeivel. Előzetes kreditelismerés esetén a TVSZ szerint az itthoni tantárgy a mobilitási félévre felvehető, és a külföldi teljesítést igazoló transcript alapján annak érdemjegye utóbb bejegyezhető. A tárgyak megfelelőségéről a szakfelelős véleményének figyelembevételével a Kari Kreditátviteli Bizottság dönt.

b) Ha az adott külföldi intézményben nem érhető el valamely kötelező vagy kötelezően választható tárgynak megfeleltethető tárgy, akkor a mobilitási félévre a TVSZ-nek megfelelően az itthoni tárgy is felvehető, és a teljesítésére kedvezményes tanulmányi rend (pl. távolléti oktatási mód) biztosítható.

c) Valamely külföldön teljesített (vagy teljesíteni kívánt) szakmai tantárgy elismerése kötelezően választható tárgyként akkor is kérelmezhető a TVSZ-nek megfelelően, ha a tárgy a fenti módon nem feleltethető meg egyetlen tantervi tárgynak sem, de tanulási eredményei összhangban vannak a szak, illetve a hallgató által választott specializáció leírásában megfogalmazottakkal. Ennek megállapításában a szakfelelős illetékes. Pozitív elbírálás esetén a tárgyteljesítés igazolását követően a tantárgy eredeti címével és eredeti (ECTS) kreditértékével lesz létrehozva és felvéve a hallgató számára a tanulmányi rendszerben. Eredményként az eredeti érdemjegy (ill. annak megfelelője) kerül bejegyzésre. A kötelezően választható tárgyként történő elismerés tényét a tantárgy és a kötelezően választható tárgycsoport megadásával hivatalos bejegyzésként kell rögzíteni. d) A kreditvesztés elkerülése érdekében a c) pontban leírt eljárás az a) pont szerinti tárgyelismerés kiegészítéseképpen is alkalmazható, ha a külföldön teljesített tantárgy (ECTS) kreditértéke magasabb a neki megfeleltetett tantervi tárgynál. Ekkor a létrehozott tárgy kreditértéke a mobilitás keretében teljesített tárgy és a megfeleltetett tantervi tárgy kreditértékének különbsége lehet.

e) A mobilitási félév *kötelező tárgyait* az alábbi táblázat tartalmazza. A megfeleltetés módjaként általában az a), b), d) pontokban leírt szabályok érvényesek, illetve a kivételes esetek is ebben az oszlopban vannak feltüntetve.

Tárgykód	Tantárgy	Kredit	A megfeleltetés módja
BMETE90AM47	Szakdolgozat-készítés	10	A g) pontban leírtak szerint külföldi intézményben is teljesíthető

f) A mobilitási félév *kötelezően választható tárgyai* a következők. A megfeleltetés módjaként általában az a) – d) pontokban leírt szabályok érvényesek, illetve a kivételes esetek is ebben az oszlopban vannak feltüntetve.

Tárgykód	Tantárgy	Kredit	A megfeleltetés módja
BMETESZ-BsMBAT1-00	Bevezetés az adattudományba	7	Az a) – d) pontoknak megfelelően
BMETEAG-BsMKGEO-00	Konvex geometria	5	Az a), b), d) pontoknak megfelelően
BMETESZ-BsMVSZ2-00	Valószínűségszámítás 2	5	Az a), b), d) pontoknak megfelelően
BMETEAObSMA- NUM-00	Alkalmazott numerikus módszerek Matlabbal	5	Az a) – d) pontoknak megfelelően
BMETEAObSMP- DEG-00	Parciális differenciálegyenletek	5	Az a) – d) pontoknak megfelelően
BMETEAG-BsMSZEL-00	Számelmélet	3	Az a) – d) pontoknak megfelelően
BMEGT%	Kötelezően választható közismereti tárgy 2	5	Az a), d) pontoknak megfelelően

4.3. A mobilitási ablakra vonatkozó különös rendelkezések

- Partnerintézmény kiválasztására vonatkozó ajánlások
 - A partnerintézménynek akkreditált felsőoktatási intézménynek kell lennie az EHEA-n belül.

- Előnyt élveznek azok a partnerek, ahol a képzési kínálat tematikusan, módszertanilag vagy profil szerint illeszkedik az adott szakterülethez.

A partnerintézmény kiválasztásakor figyelembe vesszük az adott intézmény oktatási színvonalát, nemzetközi elismertségét, a választható tantárgyak kínálatát, valamint a fogadó intézmény nyelvi és infrastrukturális támogatását.

2. A külföldi részképzés minőségbiztosítása

- Az intézménynek biztosítania kell, hogy a fogadó fél tanulmányi követelményrendszere transzparens, a tantárgyak tanulási eredményei dokumentáltak, a kreditek ECTS szerint strukturáltak.
- A tanulmányi szerződés (Learning Agreement) kötelező, előzetesen elfogadott és aláírt.

3. Hallgatói elégedettség vizsgálata

A mobilitást követően a hallgatók elégedettségét és a tanulmányi előrehaladás eredményességét kérdőíves felméréssel és interjúval dokumentáljuk. Az eredmények alapján a képzési program és a partnerlista folyamatosan fejleszthető.

4. A külföldön teljesítendő tantárgyakra vonatkozó iránymutatások

A javasolt tantárgyak legyenek szakmailag relevánsak, legalább 40–50%-os tanulási eredmény lefedéssel. A külföldön elvégezni kívánt tárgyak kiválasztása során ügyelni kell arra is, hogy a szak záróvizsgálja követelményeinek teljesítésére is fel tudjon készülni a hallgató.

5. Egyéb információk

4.4. A mobilitási ablakban végzett szakmai gyakorlat különös szabályai

Ezen képzés esetében nem releváns, illetve nem alkalmazható.

4.5. A mobilitási ablakban történő záródolgozat-készítés különös szabályai

Nemzetközi mobilitás keretében a TVSZ szerint, a szakfelelős által előzetesen jóváhagyott témában a szakdolgozat is elkészíthető az itthoni témavezetővel együttműködve elektronikus kapcsolattartás révén, vagy akár külföldi témavezetővel a külföldi intézményben is. A Szakdolgozat-készítés c. tantárgy érdemjegyét a külső/külföldi szakmai témavezető javaslata alapján a belső témavezető (konzulens) állapítja meg.

5. Mikrotanúsítványokkal összefüggő rendelkezések, modulok

Ezen a képzésen jelenleg nem állítunk ki mikrotanúsítványokat, ezért nem releváns, illetve nem alkalmazható.

6. A képzés mintatanterve

6.1. A képzés mintatanterve

A képzés mintatanterve (csatolmányban):



24.2_TTK_matematika
BSc_kepzesi program.

6.2. Tantárgyi megfeleltetés a korábbi mintatantervvel

6.2.1. A(z) {mintatanterv azonosító vagy név} mintatanterv tantárgyainak megfeleltetése

A kreditátviteli bizottság határozatának

száma: TTK KKB 2026.06.02. (2)

kelte: 2026. június 2.

Kifutó { mintatanterv azonosító vagy név } mintatanterv tantárgyai		Új mintatanterv egyenértékű tantárgyai	
kód	tantárgynév	kód	tantárgynév
BMETE91AM42	Informatika 1		nincs kiváltó tárgy
BMETE91AM43	Informatika 2	BMETEAGBsMINF1-00	Informatika 1
BMETE91AM44	Informatika 3	BMETEAGBsMINF3-00	Informatika 3
BMETE92AM57	Funkcionálanalízis 1	BMETEAOBsMFAN1-00	Funkcionálanalízis 1
BMETE91AM39	Algebra 2	BMETEAGBsMALG2-00	Algebra 2
BMETE13AM16	Fizika 1 matematikusoknak	BMETEEOBsMFIZ1-00	Fizika 1 matematikusoknak
BMETE94AM22	Konvex geometria	BMETEAGBsMKGEO-00	Konvex geometria
BMEVISZA026	Kombinatorika és gráfelmélet 2	BMEVISZBSXC026-00	Kombinatorika és gráfelmélet 2
BMETE91AM52	Matematikai logika	BMETEAGBsMMLOG-00	Matematikai logika
BMETE91AM40	Halmazelmélet	BMETEAGBsMHELM-00	Halmazelmélet
BMETE92AM54	Alkalmazott numerikus módszerek Matlabbal	BMETEAOBsMANUM-00	Alkalmazott numerikus módszerek Matlabbal
BMETE92AM45	Parciális differenciálegyenletek	BMETEAOBsMPDEG-00	Parciális differenciálegyenletek

Kifutó { mintatanterv azonosító vagy név } mintatanterv tantárgyai		Új mintatanterv egyenértékű tantárgyai	
BMETE91AM59	Számelmélet	BMETEAGBsMSZEL-00	Számelmélet
BMETE95AM33	A modern valószínűség-számítás eszközei	BMETESZBsMMVAE-00	A modern valószínűség-számítás eszközei
BMETE95AM36, BMETE95AM43	Bevezetés az adattudományba 1, Adattudományi programozási feladatok együtt	BMETESZBsMBAT1-00	Bevezetés az adattudományba 1
BMETE95AM30	Valószínűség-számítás 2	BMETESZBsMVSZ2-00	Valószínűség-számítás 2